

## 考虑土体非均匀收敛的成层地基中基坑 旁侧桩基响应分析

黄明华<sup>1,2†</sup>, 陆锦斌<sup>1,2</sup>, 王克平<sup>1,2</sup>, 钟煜轩<sup>1,2</sup>, 周苏华<sup>1,2</sup>

[1. 湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082;

2. 桥梁工程安全与韧性全国重点实验室(湖南大学), 湖南 长沙 410082]

**摘要:**针对基坑开挖引起邻近桩基的响应问题,首先基于镜像源法,从基坑围护墙变形曲线出发,推导出地基土体非均匀收敛模式下的坑外土体自由位移场;其次,考虑地基土体的成层性,引入 Vlasov 地基模型,基于两阶段法建立成层地基中基坑开挖引起的邻近桩基响应微分控制方程,并利用有限差分法建立其理论解答和计算方法;在此基础上,结合两项工程案例,验证所建立计算方法的可行性,并探讨成层地基土体弹性模量和非等量收敛系数对邻近桩基响应的影响.结果表明:基坑坑底所处土层的土体参数变化对邻近桩基响应的影响最为显著;邻近桩基的截面剪力在成层地基的土层分界面处存在转折点,而地基反力则在分界面处产生突变;随着土体非等量收敛系数的增大,桩基上部的水平位移和地基反力逐渐增大,而桩基下部的水平位移和地基反力则逐渐减小,且桩基上部所受影响程度大于下部所受影响程度,桩基截面剪力和弯矩所受的影响则相反.

**关键词:**基坑开挖;邻近桩;土体非均匀收敛;成层地基

**中图分类号:**X951

**文献标志码:**A

## Analysis on Pile Response Adjacent to Foundation Pit in Layered Ground Considering Non-uniform Soil Convergence

HUANG Minghua<sup>1,2†</sup>, LU Jinbin<sup>1,2</sup>, WANG Keping<sup>1,2</sup>, ZHONG Yuxuan<sup>1,2</sup>, ZHOU Suhua<sup>1,2</sup>

[1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. State Key Laboratory of Bridge Engineering Safety and Resilience (Hunan University), Changsha 410082, China]

**Abstract:** To address the response of adjacent piles caused by foundation pit excavation, this study first adopts the image source method to deduce the calculation expression for the soil free displacement field around a foundation pit from the deformation curve of the retaining wall using non-uniform soil convergence mode. Subsequently, through incorporating the layering property of soil ground and introducing the Vlasov foundation model, the differential equation governing the response of adjacent piles induced by foundation pit excavation is established using the two-stage approach, and then its theoretical solution and calculation method are developed based on the

\* 收稿日期:2024-08-30

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(52378339), National Natural Science Foundation of China (52378339);湖南省自然科学基金资助项目(2023JJ30135), Natural Science Foundation of Hunan Province (2023JJ30135);长沙市自然科学基金资助项目(kq2208031, kq2402072), Changsha Natural Science Foundation (kq2208031, kq2402072)

**作者简介:**黄明华(1983—),男,湖南永州人,湖南大学副教授,博士

† 通信联系人, E-mail: huangminghua@hnu.edu.cn

finite difference method. Finally, two typical case studies are performed and discussed to verify the reliability of the developed theoretical solution, and the influences of elastic modulus of layered soils and the non-uniform convergence coefficient on the response of adjacent piles are calculated and discussed. The results indicate that the change of soil parameters in the soil layer at the bottom of the foundation pit has the most significant impact on the response of adjacent piles. At the interface of layered ground, the shearing force of adjacent piles has a turning point, while the corresponding foundation reaction shows an abrupt change. With the increase of the non-equal soil convergence coefficient, both the horizontal displacement of adjacent piles and foundation reaction gradually increase at the upper part while decreasing at the lower part. In addition, the influence at the upper part is more remarkable than that at the lower part, while the influence on the shear force and bending moment of adjacent piles show opposite patterns.

**Key words:** excavation of foundation pit; adjacent piles; non-uniform soil convergence; layered ground

随着城市化进程的不断加快,大型基坑工程建设日益增多.在基坑开挖的过程中,不可避免地会对周围建筑物或桥梁等的桩基础产生附加应力及附加变形.近年来,已发生多起因基坑开挖引发的邻近桩基变形、受损甚至破坏的工程案例,这些案例对上部高层建筑或桥梁等工程结构的使用造成了不可忽视的影响<sup>[1-3]</sup>.因此,有效分析和评估基坑开挖引起的邻近桩基变形和力学响应,具有重要的工程实际意义.

针对基坑开挖引起的邻近桩基变形和力学响应问题,目前国内外学者分别从数值模拟<sup>[4-5]</sup>、模型试验<sup>[6-7]</sup>、理论解析<sup>[8-10]</sup>等层面展开了较为系统的研究. Poulos等<sup>[11]</sup>基于有限元和边界元法分析了在无支撑条件下基坑开挖引起的邻近桩基响应问题,并对所涉及的参数进行了系统分析.赵腾跃等<sup>[12]</sup>通过数值模拟研究了基坑开挖对邻近桩基的影响,对桩端边界条件、土体参数、开挖深度等影响参数进行分析,指出桩身水平位移随着土层弹性模量的增大呈幂函数形式衰减的特点. Leung等<sup>[13]</sup>借助离心机模型,探讨了基坑开挖引起的土体位移对邻近桩基造成的影响,并对围护墙处于稳定和失稳两种工况进行了分析.

在理论研究中,最典型的方法为两阶段法,其具有物理意义明确、方法简单且计算便捷等优点,在基坑旁侧桩基响应分析中得到了较为广泛的应用. Sagaseta<sup>[14]</sup>借助镜像源法推导出了在无限半空间中一定土体损失引起土体自由位移场的解析解. Xu等<sup>[15]</sup>用二次函数拟合围护墙的位移曲线,结合镜像源法推导出了围护墙变形引起坑外土体自由位移的

计算式.张爱军等<sup>[16]</sup>采用多项式函数拟合围护墙位移曲线,基于镜像源法推导得出坑外土体位移场解答,并结合 Winkler 地基模型建立了邻近桩基侧向位移的计算方法.上述研究基于镜像源法建立了基坑开挖作用下坑外自由土体位移及邻近桩基水平位移的理论计算方法.这些研究均假设地基土体损失引起的自由位移场服从均匀收敛模式.然而,均匀收敛模式未考虑地基土体自重和地下水等因素对基坑开挖引起自由位移场的影响,因此难以合理反映基坑开挖作用下地基的实际位移情况.

考虑了土体自重和地下水等因素的影响,徐日庆等<sup>[17]</sup>基于土体非均匀收敛模式,建立了基坑开挖作用下坑外土体水平位移的计算方法,通过与实测结果对比,确定了非等量收敛系数的合理取值范围.在此基础上,针对基坑开挖引起的邻近桩基响应问题,程康等<sup>[18]</sup>对比分析了土体均匀与非均匀收敛模式下的桩基水平位移计算结果,指出均匀收敛模式会低估桩基上部的水平位移.除此之外,为便于计算,已有大部分研究通常将桩侧地基土体等效为均质土层进行分析,而忽略了地基土体天然成层性的影响.针对这一问题,施成华等<sup>[19]</sup>建立了成层地基中基坑开挖引起旁侧桩基响应的理论计算方法,探讨了成层地基中桩基的水平位移、内力分布及其变化规律,但该研究未涉及地基土体非均匀收敛模式的影响.由此可见,针对基坑开挖引起的旁侧桩基响应分析,尚鲜有综合考虑地基成层性和土体非均匀收敛模式的相关研究.

鉴于此,本文综合考虑地基成层性和土体非均匀收敛模式的影响,对基坑开挖引起的旁侧桩基响

应展开分析. 首先, 基于镜像源法, 从基坑围护墙变形曲线出发, 推导出地基土体非均匀收敛模式下的坑外土体自由位移场; 其次, 考虑地基土体的成层性, 引入 Vlasov 地基模型, 基于两阶段法建立成层地基中基坑开挖引起的邻近桩基响应微分控制方程, 并利用有限差分法建立其理论解答和计算方法; 在此基础上, 结合工程案例, 验证所建立计算方法的可行性, 并探讨成层地基土体弹性模量和非等量收敛系数对邻近桩基响应的影响.

## 1 基坑开挖引起地基土体位移

### 1.1 分析模型

基坑开挖引起邻近桩基响应的计算模型如图 1 所示. 图中,  $m$  为地基的土层数,  $H$  为基坑开挖深度,  $D$  为围护墙插入深度,  $D_p$  为桩基的直径,  $d$  为桩基至基坑边缘的距离,  $H_e$  为 Vlasov 地基模型的土体弹性厚度,  $f(0, z_0)$  为基坑开挖引起围护墙产生的水平位移曲线. 不失一般性, 本文理论推导采用以下基本假定<sup>[14-19]</sup>: 1) 圆孔收敛和桩基响应按二维平面应变问题进行简化计算; 2) 土体是线性且不可发生塑性变形的; 3) 基坑围护墙插入深度较大, 底端位移为零, 其任意位置处的变形可等效为一圆孔收缩, 所引起的坑外土体自由位移场向圆心产生非均匀收敛; 4) 将邻近桩基视为 Timoshenko 梁, 同时考虑其弯曲和剪切效应; 5) 邻近桩基与桩周土体之间始终保持接触.

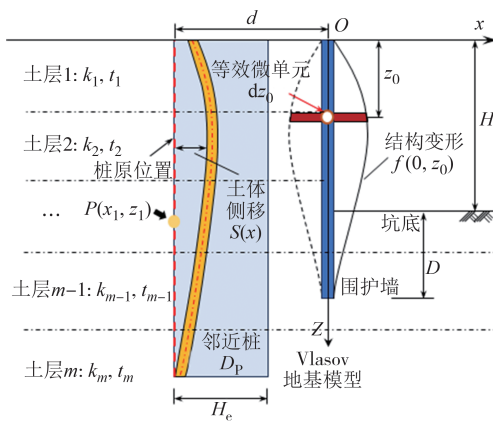


图1 围护墙-桩-土相互作用模型

Fig.1 Interaction model of retaining wall-pile-soil

### 1.2 基坑开挖引起桩周土体自由水平位移计算

图2为在图1所示的直角坐标系中, 基坑围护墙上收缩孔隙圆心坐标为  $O_1(0, z_0)$ , 半径为  $a$  的圆孔在非均匀收敛模式下的土体位移计算示意图. 图中, 虚

线部分为在土体均匀收敛模式下, 圆孔  $O_1$  完全收敛时, 半径为  $r_1$  的外围土体发生径向收敛时的情形, 此时收敛圆心为  $O_1$ , 收敛位移为  $s_0$ ; 在土体非均匀收敛模式下, 圆孔  $O_1$  完全收敛时, 收敛圆心变为  $O_2$ , 以  $O_1$  为圆心, 半径为  $r_1$  的外围土体顶端收敛位移为  $s_1$ , 底端收敛位移为  $s_2$ , 对圆上任意圆心角为  $\theta$  的外围土体收敛位移为  $s_{r\theta}$ , 定义  $n = s_1/s_2$  为非等量收敛系数. 当非等量收敛系数  $n=1$  时, 即  $s_1 = s_2 = s_0$ , 该问题退化为土体均匀收敛, 即为 Sagaseta<sup>[14]</sup> 解.

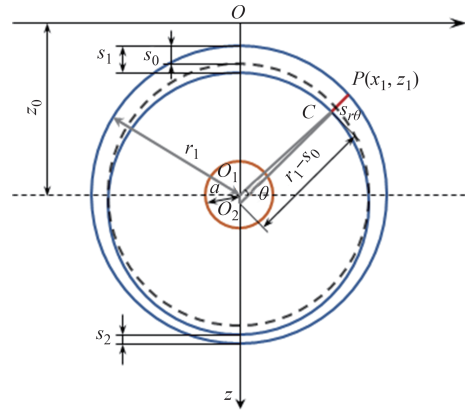


图2 土体非均匀收敛模式计算模型

Fig.2 Computational model of non-uniform soil convergence

以图2中的  $\triangle O_1O_2C$  为研究对象进行几何分析, 结合等效面积原理、余弦定理及一元二次方程求解方法, 得出非均匀收敛模式下, 半径为  $r_1$  的大圆上, 圆心角为  $\theta$  的点  $P(x_1, z_1)$  的收敛位移  $s_{r\theta}$  为:

$$s_{r\theta} = \frac{a^2}{2r_1} \sin \theta \frac{n-1}{n+1} + r_1 - \sqrt{\frac{a^4}{4r_1^2} \left[ 1 - \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \cos^2 \theta \right] - a^2 + r_1^2} \quad (1)$$

式中:  $r_1 = \sqrt{x_1^2 + (z_0 - z_1)^2}$ .

由式(1)可推导出点  $P(x_1, z_1)$  水平和竖直方向的位移分量表达式:

$$s_{x1} = -s_{r\theta} \cdot \cos \theta = -\frac{x_1 a^2 (z_0 - z_1)}{2r_1^3} \frac{n-1}{n+1} - x_1 + \sqrt{\frac{a^4 x_1^2}{4r_1^4} \left[ 1 - \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \frac{x_1^2}{r_1^2} \right] - \frac{a^2 x_1^2}{r_1^2} + x_1^2} \quad (2)$$

$$s_{z1} = s_{r\theta} \cdot \sin \theta = (z_0 - z_1) \left[ \frac{a^2 (z_0 - z_1)}{2r_1^3} \frac{n-1}{n+1} + 1 - \sqrt{\frac{a^4}{4r_1^4} \left[ 1 - \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \frac{x_1^2}{r_1^2} \right] - \frac{a^2}{r_1^2} + 1} \right] \quad (3)$$

由于计算式(1)时需满足无限空间条件, 但实际

问题中的基坑工程为半无限空间,因此需把半无限空间的求解问题转化为无限空间的求解问题,于是将圆孔 $O_1(0, z_0)$ 镜像为 $O_1'(0, -z_0)$ ,并使其产生相同面积的圆孔膨胀,可得其所引起的水平位移和竖向位移分量 $s_{x2}$ 和 $s_{z2}$ :

$$s_{x2} = \frac{x_1 a^2 (z_0 - z_1)}{2r_2^3} \left( \frac{n-1}{n+1} \right) + x_1 - \sqrt{\frac{a^4 x_1^2}{4r_2^4} \left[ 1 - \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \frac{x_1^2}{r_2^2} \right] - \frac{a^2 x_1^2}{r_2^2} + x_1^2} \quad (4)$$

$$s_{z2} = (z_0 - z_1) \left[ \frac{a^2 (z_0 - z_1)}{2r_2^3} \frac{n-1}{n+1} + 1 - \sqrt{\frac{a^4}{4r_2^4} \left[ 1 - \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \frac{x_1^2}{r_2^2} \right] - \frac{a^2}{r_2^2} + 1} \right] \quad (5)$$

式中: $r_2 = \sqrt{x_1^2 + (z_0 + z_1)^2}$ .

当计算任意一点圆孔收缩和相应的圆孔膨胀产生的位移分量时,会在地表产生剪应变,其值 $\gamma_x$ 为:

$$\gamma_x = \left[ \frac{\partial(s_{x1} + s_{x2})}{\partial z} + \frac{\partial(s_{z1} + s_{z2})}{\partial x} \right]_{z=0} = -3a^2 \frac{n-1}{n+1} \frac{xz_0^2}{(x^2 + z_0^2)^{2.5}} \quad (6)$$

引用Cerruti问题应变解<sup>[20]</sup>对地表范围进行积分,以求得地表产生的剪应变所引起的点 $P(x_1, z_1)$ 处的水平位移 $s_{x3}$ :

$$s_{x3} = \int_{-\infty}^{+\infty} -\frac{\gamma_x}{2\pi} \left[ \frac{z_1^2}{(x_1 - x)^2 + z_1^2} + (1 - v_s) \ln \left[ (x_1 - x)^2 + z_1^2 \right] \right] dx \quad (7)$$

式中: $v_s$ 为土体泊松比.

叠加式(2)、式(4)和式(7),即可得点 $P(x_1, z_1)$ 处的水平总位移 $s_x$ :

$$s_x = s_{x1} + s_{x2} + s_{x3} \quad (8)$$

考虑到基坑开挖时围护墙变形为半无限空间问题,需对其进行转化,因此将围护墙结构侧移曲线 $f(0, z_0)$ 进行镜像处理,把侧移曲线划分成若干个 $dz_0$ 长的微分段,每个微分段的面积近似为 $f(0, z_0)dz_0$ ,通过镜像后微分段的总面积为 $2f(0, z_0)dz_0$ .根据等效面积原理可知,每个微分段圆孔收敛的半径 $a$ 等于 $\frac{2}{\pi} f(0, z_0)dz_0)^{1/2}$ ,借助式(8),并对围护墙沿深度进行积分,即可求得基坑围护墙变形诱导的桩周任

一点 $P(x_1, z_1)$ 的自由土体位移 $S_x$ 为:

$$S_x = \int_0^{H+D} \frac{2s_x}{\pi a^2} f(0, z_0) dz_0 \quad (9)$$

## 2 成层地基中邻近桩基变形响应解答

成层地基中,基于Vlasov地基模型的桩-土相互作用分析模型如图1所示.根据Vlasov地基模型和Timoshenko梁理论,对桩单元进行受力分析,可得桩基水平挠度微分控制方程<sup>[21]</sup>:

$$\frac{d^4 w(z)}{dz^4} - \frac{\Omega}{E_p I_p} \frac{d^2 w(z)}{dz^2} + \frac{\kappa A_p G_p k A}{E_p I_p} w(z) = \frac{\kappa A_p G_p A}{E_p I_p} q(z) - A \frac{d^2 q(z)}{dz^2} \quad (10)$$

其中,

$$\Omega = \frac{k D_p \cdot E_p I_p + \kappa A_p G_p \cdot 2t D_p}{\kappa A_p G_p + 2t D_p},$$

$$A = \frac{D_p}{\kappa A_p G_p + 2t D_p}$$

式中: $w(z)$ 为桩的水平位移; $z$ 为桩深; $E_p I_p$ 、 $\kappa A_p G_p$ 分别为桩的等效抗弯刚度和等效剪切刚度, $\kappa$ 为桩的剪切系数,取决于桩的横截面形状, $A_p$ 为桩的横截面面积, $G_p$ 为桩的剪切模量; $q(z)$ 为作用在桩基上的附加应力,可表示为式(11).

$$q(z) = k S_x(x, z) - 2t \frac{d^2 S_x(x, z)}{dz^2} \quad (11)$$

式中: $S_x(x, z)$ 为式(9)得出的围护墙变形诱导 $(x, z)$ 处的自由土体位移; $k$ 为地基反力系数; $t$ 为土体的荷载传递系数.当位移变化函数采用线性函数时, $k$ 和 $t$ 可由下列公式进行计算<sup>[22]</sup>:

$$k = \frac{E_s(1 - v_s)}{H_e(1 + v_s)(1 - 2v_s)}, t = \frac{E_s H_e}{12(1 + v_s)} \quad (12)$$

式中: $E_s$ 为土体弹性模量; $v_s$ 为土体泊松比; $H_e$ 为地基弹性层厚度,一般 $H_e$ 取2.5倍的桩径.

根据Vlasov地基模型,其地基反力 $p(z)$ 可表示为:

$$p(z) = k w(z) - 2t \frac{d^2 w(z)}{dz^2} \quad (13)$$

由于式(10)中含有四阶高阶导数项,求解较为复杂,因此需运用有限差分法,将桩分为 $j$ 个长度为 $\lambda$ 的节点,在桩两端各增加2个虚节点,如图3所示.此外,为了考虑地基土体的成层性,需对每个桩段 $-2 \sim j_1, j_1 + 1 \sim j_2, \dots, j_{m-2} + 1 \sim j_{m-1}, j_{m-1} + 1 \sim j + 2$ 分别代入对应的土层参数 $k_1, k_2, \dots, k_{m-1}, k_m$ 和 $t_1, t_2, \dots$ ,



$t_{m-1}, t_m$ ;  $\Omega$  和  $\Lambda$  随着土层参数  $k$  和  $t$  的变化变为  $\Omega_i$  和  $\Lambda_i$ . 因此, 等式(10)可离散为:

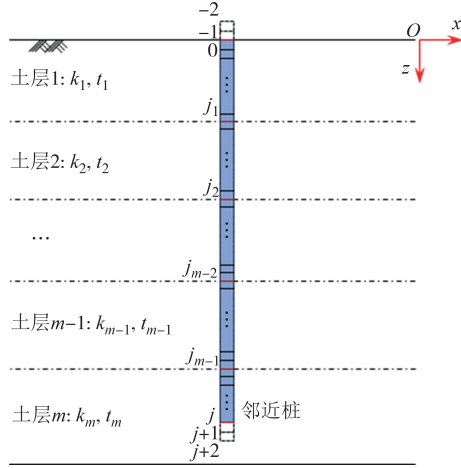


图3 成层地中桩基离散化模型

Fig.3 Discretization model of pile in layered ground

$$\frac{6w_i - 4(w_{i+1} + w_{i-1}) + (w_{i+2} + w_{i-2})}{\lambda^4} - \frac{\Omega_i}{E_p I_p} \frac{w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}}{\lambda^2} + \frac{\kappa A_p G_p \cdot k_i \Lambda_i}{E_p I_p} w_i = \frac{\kappa A_p G_p}{E_p I_p} \Lambda_i q_i - \Lambda_i \frac{q_{i+1} - 2q_i + q_{i-1}}{\lambda^2} \quad (14)$$

式中:  $i = 0, 1, \dots, j-1, j$ .

对于两端自由的摩擦型桩, 桩基两端的弯矩  $M$  和剪力  $Q$  都为0, 根据边界条件可列出如下表达式:

$$M|_{z=0} = M|_{z=j} = -\frac{E_p I_p}{\kappa A_p G_p} \left[ \frac{D_p}{\Lambda_i} \frac{w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}}{\lambda^2} - k_i D_p w_i + q_i D_p \right] \Big|_{i=0, j} = 0 \quad (15)$$

$$Q|_{z=0} = Q|_{z=j} = -\frac{E_p I_p}{\kappa A_p G_p} \left[ \frac{D_p}{\Lambda_i} \frac{w_{i+2} - 2w_{i+1} + 2w_{i-1} - w_{i-2}}{2\lambda^3} + D_p \frac{q_{i+1} - q_{i-1}}{2\lambda} - k_i D_p \frac{w_{i+1} - w_{i-1}}{2\lambda} \right] \Big|_{i=0, j} = 0 \quad (16)$$

根据式(15)和式(16)可求解得到4个虚拟节点  $w_{-1}, w_{-2}, w_{j+1}, w_{j+2}$  的表达式.

结合边界条件, 式(14)可以写成矩阵形式:

$$(\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_3) \mathbf{w} = \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_3 \quad (17)$$

其中,

$$\mathbf{K}_1 = \frac{1}{\lambda^4} \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & 2 & & & \\ A_3 & 5 & -4 & 1 & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & & 1 & -4 & 5 & A_6 \\ & & & & 2 & A_5 & A_4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K}_2 = \frac{1}{E_p I_p \lambda^2} \begin{pmatrix} B_0 \Omega_0 & & & & \\ \Omega_1 & -2\Omega_1 & \Omega_1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \Omega_{j-1} & -2\Omega_{j-1} & \Omega_{j-1} \\ & & & & B_j \Omega_j \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K}_3 = \frac{\kappa A_p G_p}{E_p I_p} \begin{pmatrix} k_0 \Lambda_0 & & & & \\ & k_1 \Lambda_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & k_{j-1} \Lambda_{j-1} & \\ & & & & k_j \Lambda_j \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{P}_1 = \frac{\kappa A_p G_p}{E_p I_p} \{q_0 \Lambda_0, q_1 \Lambda_1, q_2 \Lambda_2, \dots, q_{j-2} \Lambda_{j-2}, q_{j-1} \Lambda_{j-1}, q_j \Lambda_j\}^T$$

$$\mathbf{P}_2 = \frac{1}{\lambda^2} \begin{pmatrix} (q_1 - 2q_0 + q_{-1}) \Lambda_0 \\ \vdots \\ (q_{i+1} - 2q_i + q_{i-1}) \Lambda_i \\ \vdots \\ (q_{j+1} - 2q_j + q_{j-1}) \Lambda_j \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{P}_3 = \{C_1, C_2, 0, \dots, 0, C_{j-1}, C_j\}^T,$$

$$\mathbf{w} = \{w_0, w_1, w_2, \dots, w_j\}^T,$$

$$A_1 = k_0^2 \Lambda_0^2 \lambda^4 + 2, A_2 = -2k_0 \Lambda_0 \lambda^2 - 4,$$

$$A_3 = k_1 \Lambda_1 \lambda^2 - 2, A_4 = k_j^2 \Lambda_j^2 \lambda^4 + 2,$$

$$A_5 = -2k_j \Lambda_j \lambda^2 - 4, A_6 = k_{j-1} \Lambda_{j-1} \lambda^2 - 2,$$

$$B_0 = k_0 \Lambda_0 \lambda^2, B_j = k_j \Lambda_j \lambda^2,$$

$$C_1 = \left( -k_0 \Lambda_0^2 + \frac{2\Lambda_0}{\lambda^2} \right) q_0 + \frac{\Lambda_0}{\lambda^2} (q_1 - q_{-1}) + \frac{\Omega_0 \Lambda_0}{E_p I_p} q_0,$$

$$C_2 = -\frac{\Lambda_1}{\lambda^2} q_0, C_{j-1} = -\frac{\Lambda_{j-1}}{\lambda^2} q_j,$$

$$C_j = \left( -k_j \Lambda_j^2 + \frac{2\Lambda_j}{\lambda^2} \right) q_j + \frac{\Lambda_j}{\lambda^2} (q_{j-1} - q_{j+1}) - \frac{\Omega_j \Lambda_j}{E_p I_p} q_j$$

### 3 案例验证与参数分析

#### 3.1 案例验证1

Goh 等<sup>[23]</sup>报道了一处位于新加坡的某明挖隧道基坑工程, 如图4所示. 该基坑的长度为127.5 m, 宽度为20 m, 开挖深度为16 m, 围护墙插入深度为15 m; 坑外桩基距基坑边缘3 m, 桩径为1 m, 桩长为46 m, 桩基弹性模量为31.5 GPa; 当基坑开挖至坑底时, 基坑围护墙的最大变形发生在基坑坑底处, 其最

大值为 46 mm, 基坑围护墙整体变形可根据木林隆等<sup>[24]</sup>改进的围护墙变形表达式进行计算; 该基坑工程的地基土层参数见文献<sup>[21]</sup>.

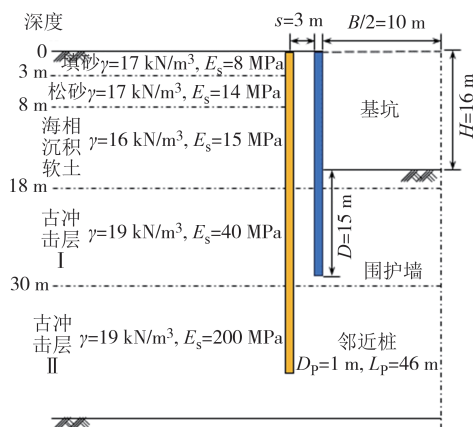
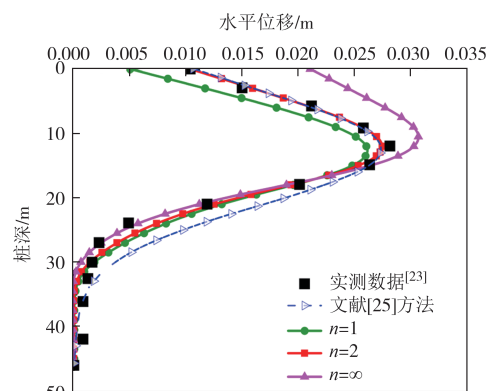


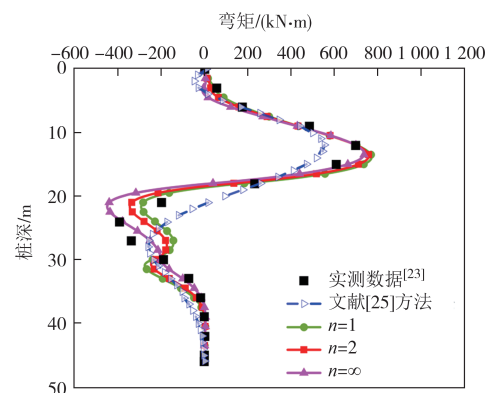
图4 新加坡某基坑立面及地基土层分布图<sup>[23]</sup>

Fig.4 Elevation and soil layer distribution of a foundation pit in Singapore<sup>[23]</sup>

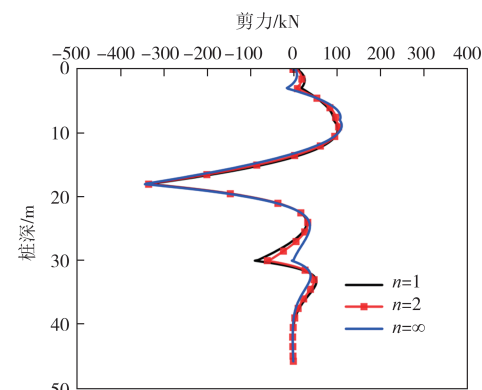
根据以上参数,依次取非等量收敛系数 $n=1$ ,  $n=2$ 和 $n=\infty$ ,可以基于式(15)和式(17)计算得到基坑外侧邻近桩基的水平位移和弯矩结果,如图5(a)和图5(b)所示. 其中, $n=1$ 表示坑外土体位移的收敛模式为圆孔均匀收敛,即圆孔底端的收敛位移与顶端的收敛位移相等; $n=2$ 和 $n=\infty$ 均表示坑外土体位移的收敛模式为圆孔非均匀收敛,此时圆孔底端的收敛位移分别为顶端收敛位移的1/2和0. 作为对比,图5(a)和图5(b)给出了该邻近桩水平位移和弯矩的实测数据<sup>[23]</sup>以及俞建霖等<sup>[25]</sup>的方法计算结果. 可以看出,本文方法计算得到的桩水平位移变化趋势和最大值与实测数据基本吻合;结合图5(b),由于本文方法考虑了土体的成层性,与俞建霖等<sup>[25]</sup>将土层视为均质土的计算方法相比,本文计算的桩身下部水平位移更贴近实测数据,弯矩的总体趋势及其最大值也与实测数据较为一致,验证了本文考虑土体成层性的合理性和可行性. 进一步,根据式(13)和式(16),可以计算得到该邻近桩基的截面剪力和地基反力分布曲线,如图5(c)和图5(d)所示. 可以看出:邻近桩基的截面剪力在成层地基的土层分界处存在转折点,而各层地基所产生的反力则在分界面处产生突变,较为合理地体现了成层地基的反力特性以及邻近桩基的内力分布特征. 由此可见,本文所建立的解答可以反映地基土体的成层性以及土体的非均匀收敛特性,可为预测和评估基坑开挖引起邻近桩基的响应提供一种有效的计算方法.



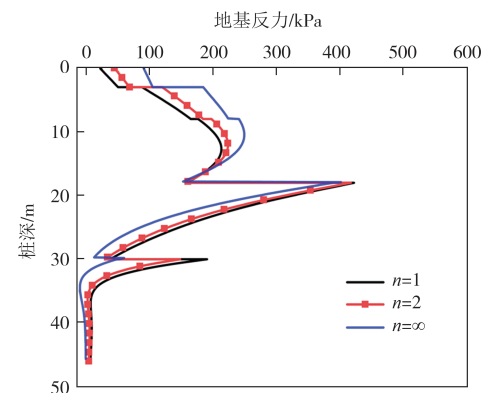
(a) 邻近桩基水平位移



(b) 邻近桩基弯矩



(c) 邻近桩基剪力



(d) 邻近桩基地基反力

图5 新加坡某基坑开挖引起的邻近桩基响应分布图

Fig.5 Response distribution of an adjacent pile due to excavation of foundation pit in Singapore

### 3.2 案例验证 2

郑刚等<sup>[26]</sup>对天津某深基坑工程进行了实测研究,该基坑围护结构采用灌注桩加内支撑的支护形式,基坑长度为 120 m,开挖深度为 9 m,围护墙插入深度为 9 m. 邻近单桩距基坑边缘 2.4 m,桩长为 18 m,桩径为 0.8 m,桩基弹性模量为 28 GPa. 该桩基埋设地层为粉质黏土层,地基泊松比取 0.35,弹性模量取 16 MPa<sup>[25]</sup>. 基坑围护墙变形曲线根据木林隆等<sup>[24]</sup>的表达式进行计算,所对应的围护墙最大位移为 20 mm. 根据上述参数,依次取非等量收敛系数  $n=1$ ,  $n=2$  和  $n=\infty$ ,可以根据式(17)计算得到坑外邻近桩基的水平位移,结果如图 6 所示. 将本文的计算结果与实测数据<sup>[26]</sup>以及俞建霖等<sup>[25]</sup>的方法进行对比,可以看出:当  $n=2$  时,本文方法在开挖面以上的计算结果相比于俞建霖等<sup>[25]</sup>的方法更接近实测数据;而在开挖面以下,本文方法与俞建霖等<sup>[25]</sup>的方法均略大于实测数据,但桩身水平位移的整体变化趋势及最大值与实测值基本一致,进一步验证了本文方法的可行性.

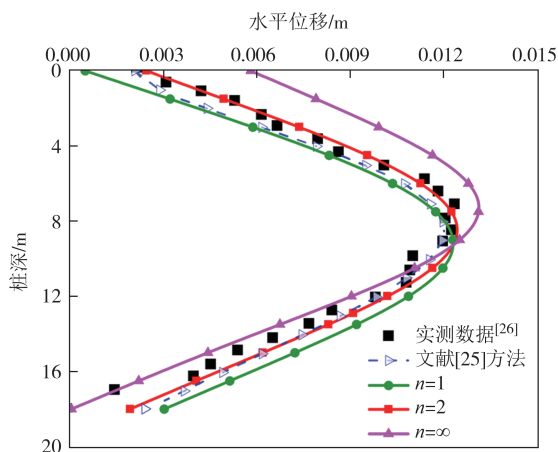


图6 天津某基坑开挖引起的邻近桩基水平位移分布图

Fig.6 Horizontal displacement distribution of an adjacent pile due to excavation of foundation pit in Tianjin

### 3.3 参数分析

本文在上述案例的分析基础上,进一步探讨成层地基中土体弹性模量  $E_{si}$  和非等量收敛系数  $n$  对基坑开挖作用下邻近桩基响应的影响规律.

#### 3.3.1 土体弹性模量 $E_{si}$

已有研究基本把地基看作等效均质土进行理论计算,而在实际工程中,大多数桩深埋于成层地基中,因此需考虑成层地基对邻近桩基响应产生的影响.就本案例而言,考虑到邻近桩基深埋于五层土中,而主要受影响的范围仅局限于基坑开挖所涉及

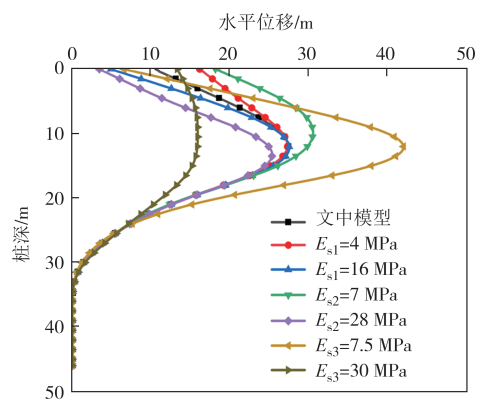
的前三层土,因此重点对这三层土层的特性进行分析.对前三层土层的每一层,分别将弹性模量扩大一倍和缩小到原来的一半进行计算,即一层土层变化时,其他四层土层保持为原始参数,图 7 为第一层土层弹性模量  $E_{s1}$  变为 4 MPa、16 MPa,第二层土层弹性模量  $E_{s2}$  变为 7 MPa、28 MPa,第三层土层弹性模量  $E_{s3}$  变为 7.5 MPa、30 MPa 时的邻近桩基响应图.

从图 7(a)中可以看出,当各层土体的弹性模量分别以相同的倍数增大或减小相同比例时,坑底处即第三层土体的弹性模量变化对邻近桩基的水平位移影响最为显著;坑顶所处土层的土体弹性模量变化主要对邻近桩基最大水平位移位置处的上部水平位移有所影响,随着该层土体弹性模量的逐渐增大,桩基上部水平位移逐渐减小,当该层土体弹性模量为 4 MPa 时,桩顶水平位移为 16.22 mm,这是土体弹性模量为 16 MPa 时桩顶水平位移为 4.94 mm 的 3.28 倍;基坑中部所处土层的土体弹性模量变化主要对邻近桩基基坑开挖深度范围内的水平位移有所影响,其水平位移随着该层土体弹性模量的增大而减小,当该层土体弹性模量从 28 MPa 减小到 7 MPa 时,桩顶位移从 3.48 mm 增大到了 18.22 mm,扩大到原来的 5.2 倍,桩基最大位移从 25.42 mm 增大到了 30.62 mm,扩大到原来的 1.2 倍.

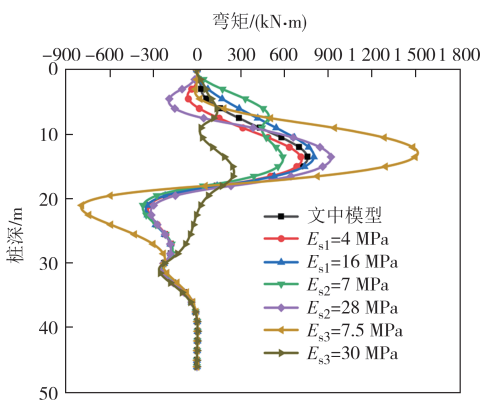
在图 7(c)和 7(d)中,桩基的截面剪力和地基反力在各土层的分界处会随着相邻两层土体弹性模量的不同而发生转折或突变,其变化趋势大致为:当某层土体的弹性模量小于其上覆土体弹性模量时,这两层土体交界处的桩基截面剪力会形成转折点,在该转折点之前的一段深度内,桩基截面剪力呈递增的变化趋势,在该转折点之后的一段深度内则呈递减的变化趋势,在此交界处的地基反力会向减小的方向发生突变;当某层土体的弹性模量大于其上覆土层时,桩基的截面剪力和地基反力变化趋势则相反.此外,从图 7(b)和 7(c)中还可以观察到,桩基的弯矩变化趋势与截面剪力相关,当桩基的一段截面剪力都为正值时,该段桩基的弯矩会呈现递增的变化趋势;当截面剪力均为负值时,则呈递减的变化趋势.

#### 3.3.2 非等量收敛系数 $n$

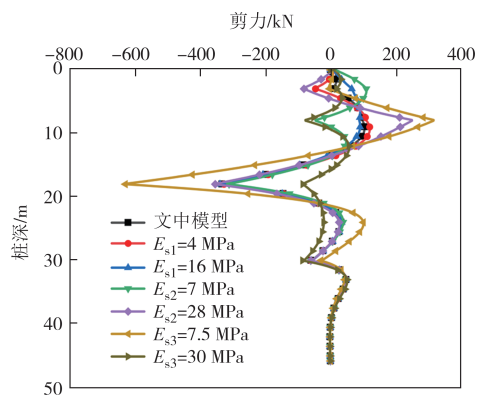
图 8 为地基土体非等量收敛系数  $n$  分别取 1、2、5、10 和  $\infty$  时基坑开挖引起邻近桩基的响应情况.可以看出,桩基上部的水平位移随着  $n$  值的增大而不



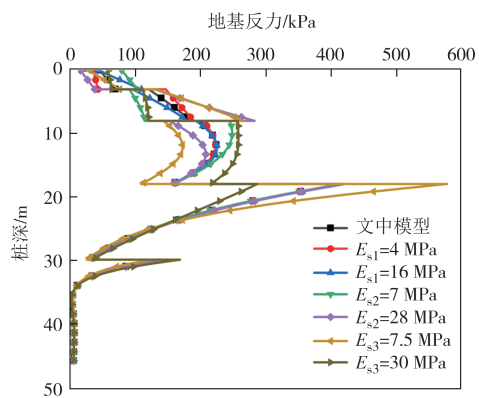
(a) 邻近桩基水平位移



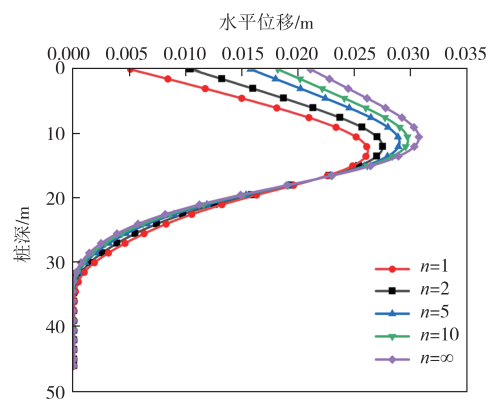
(b) 邻近桩基弯矩



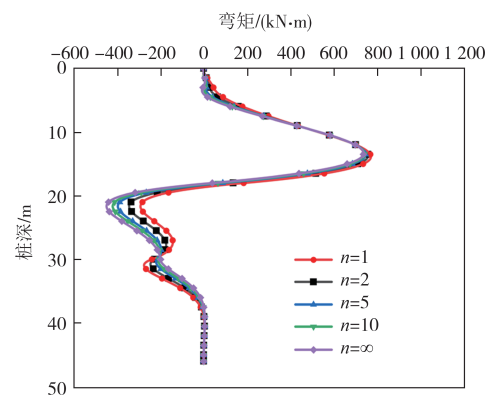
(c) 邻近桩基剪力



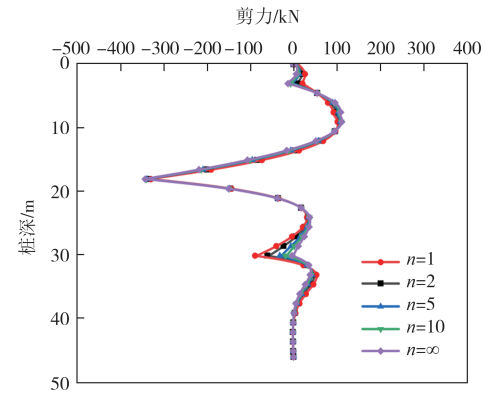
(d) 邻近桩基地基反力



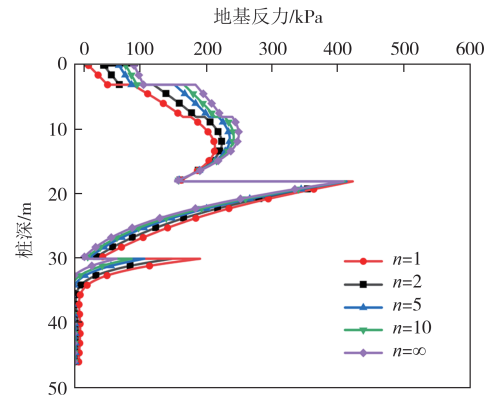
(a) 邻近桩基水平位移



(b) 邻近桩基弯矩



(c) 邻近桩基剪力



(d) 邻近桩基地基反力

图7 成层地基土体弹性模量变化时邻近桩基的响应图

Fig.7 Response of adjacent piles induced by changing in elastic modulus of soil layers

图8 非等量收敛系数变化时邻近桩基的响应图

Fig.8 Response of adjacent piles induced by changing in non-uniform convergence coefficient



断增大,但其增大幅度随着 $n$ 值的增大逐渐减缓;在桩基下部,桩基的水平位移则随着 $n$ 值的增大呈现逐渐减小的趋势;其中,当 $n$ 值从1增大到 $\infty$ 时,桩顶的水平位移由5.06 mm增大到21.08 mm,桩基的最大水平位移从27.49 mm增大到30.72 mm.整体来看,桩基上部的水平位移变化幅度要大于下部,这是因为在土体非均匀收敛模式下,当每个半径为 $a$ 的圆孔发生完全收敛时,由于重力等外界因素的影响,上部土体的收敛位移和面积要大于下部土体的收敛位移和面积,且随着 $n$ 值的增加,上部土体的收敛位移和面积会逐渐增大,下部土体的收敛位移和面积则逐渐减小.从图8(b)和8(c)中可以观察到,桩的弯矩和截面剪力与桩水平位移变化趋势相反;而在图8(d)中,邻近桩的地基反力变化趋势与桩的水平位移变化趋势一致.

## 4 结论

1)考虑地基成层性和土体非均匀收敛模式,基于镜像源法和Vlasov-Timoshenko模型建立了基坑开挖作用下邻近桩基响应的微分控制方程和理论计算方法,并通过实际工程案例进行了验证.

2)当各土层土体参数变化时,基坑坑底所处土层的土体参数变化对桩基的影响最为显著;坑顶所处土层的土体弹性模量变化主要对邻近桩基最大水平位移位置处的上部桩基响应有所影响;基坑中部所处土层的土体弹性模量变化主要对基坑开挖深度范围内的邻近桩基响应有所影响.

3)桩基的截面剪力和地基反力在各土层的分界处,会随着两层土体弹性模量的不同而发生转折或突变.当某层土体的弹性模量小于其上覆土层时,这两层土体交界处的桩基截面会形成转折点,在该转折点之前的一段深度内,桩基截面剪力呈递增的变化趋势,在该转折点之后的一段深度内则呈递减的变化趋势,在此交界处的地基反力会向减小的方向发生突变;当某层土体的弹性模量大于其上覆土层时,桩基的截面剪力和地基反力变化趋势则相反.

4)随着土体非等量收敛系数的增加,桩基上部的水平位移逐渐增大,桩基下部的水平位移则呈现出逐渐减小的趋势,且非等量收敛系数的变化对桩基上部水平位移的影响程度要大于桩基下部水平位移的影响;土体非等量收敛系数对桩基的地基反力

影响与桩基的水平位移影响趋势相同,对桩基的截面剪力和弯矩的影响则相反.

## 参考文献

- [1] AL-JORANY A N, AL-QAISEE G S. Field observation of soil displacements resulting due unsupported excavation and its effects on proposed adjacent piles [J]. *Journal of Engineering*, 2023, 22(5): 11–28.
- [2] FINNO R J, LAWRENCE S A, ALLAWH N F, et al. Analysis of performance of pile groups adjacent to deep excavation [J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1991, 117(6): 934–955.
- [3] KOK S T, HUAT B B K, NOORZAEI J, et al. A case study of passive piles failure in open excavation [J]. *DFI Journal – the Journal of the Deep Foundations Institute*, 2009, 3(2): 49–56.
- [4] LIYANAPATHIRANA D S, NISHANTHAN R. Influence of deep excavation induced ground movements on adjacent piles [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2016, 52: 168–181.
- [5] ZHANG R J, ZHENG J J, PU H F, et al. Analysis of excavation-induced responses of loaded pile foundations considering unloading effect [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2011, 26(2): 320–335.
- [6] ONG D E, LEUNG C E, CHOW Y K. Pile behavior due to excavation-induced soil movement in clay. I: stable wall [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2006, 132(1): 36–44.
- [7] ONG D E L, LEUNG C F, CHOW Y K. Behavior of pile groups subject to excavation-induced soil movement in very soft clay [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2009, 135(10): 1462–1474.
- [8] 江杰, 张探, 欧孝夺, 等. 软土地基基坑开挖对邻近桩变形影响的时效分析 [J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2022, 49(11): 206–215.  
JIANG J, ZHANG T, OU X D, et al. Time-effect analysis on influence of excavation on adjacent pile deformation in soft soil [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2022, 49(11): 206–215. (in Chinese)
- [9] 张陈蓉, 黄茂松. 基坑开挖引起的邻近建筑物桩基变形受力响应 [J]. *岩土工程学报*, 2012, 34(增刊1): 565–570.  
ZHANG C R, HUANG M S. Stress response of pile foundation deformation of adjacent buildings caused by foundation pit excavation [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, 34(Sup.1): 565–570. (in Chinese)
- [10] 张治国, 赵其华, 徐晨, 等. 基于影像源法的基坑开挖对邻近单桩影响简化分析 [J]. *岩土力学*, 2016, 37(7): 2011–2020.  
ZHANG Z G, ZHAO Q H, XU C, et al. Simplified analysis of adjacent single-pile response subjected to foundation pit excavation based on virtual image technique [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(7): 2011–2020. (in Chinese)

- [11] POULOS H G, CHEN L T. Pile response due to unsupported excavation-induced lateral soil movement [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1996, 33(4): 670-677.
- [12] 赵腾跃, 梁胜, 候捷, 等. 基坑开挖施工时邻近桩基侧向变形分析[J]. *施工技术(中英文)*, 2022, 51(19): 40-45.  
ZHAO T Y, LIANG S, HOU J, et al. Analysis of lateral deformation of adjacent pile foundation in foundation excavation [J]. *Construction Technology*, 2022, 51(19): 40-45. (in Chinese)
- [13] LEUNG C F, CHOW Y K, SHEN R F. Behavior of pile subject to excavation-induced soil movement [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2000, 126(11): 947-954.
- [14] SAGASETA C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss [J]. *Géotechnique*, 1987, 37(3): 301-320.
- [15] XU K J, POULOS H G. General elastic analysis of piles and pile groups [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2000, 24(15): 1109-1138.
- [16] 张爱军, 莫海鸿, 李爱国, 等. 基坑开挖对邻近桩基影响的两阶段分析方法[J]. *岩石力学与工程学报*, 2013, 32(增刊1): 2746-2750.  
ZHANG A J, MO H H, LI A G, et al. Two-stage analysis method for behavior of adjacent piles due to foundation pit excavation [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, 32(Sup.1): 2746-2750. (in Chinese)
- [17] 徐日庆, 程康, 应宏伟, 等. 基于影像源法的基坑开挖引起的土体水平位移预测[J]. *岩土工程学报*, 2019, 41(增刊1): 17-20.  
XU R Q, CHENG K, YING H W, et al. Prediction of horizontal displacement of soils caused by excavation of foundation pits based on virtual mirror technology [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, 41(Sup.1): 17-20. (in Chinese)
- [18] 程康, 徐日庆, 林存刚, 等. 既有单桩在邻近基坑开挖下的水平向响应简化分析[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2020, 54(1): 91-101.  
CHENG K, XU R Q, LIN C G, et al. Simplified analysis method for evaluating horizontal deformation of single pile due to adjacent foundation pit excavation [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2020, 54(1): 91-101. (in Chinese)
- [19] 施成华, 刘建文, 王祖贤, 等. 基坑开挖对邻近单桩影响的改进计算方法[J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 2019, 47(10): 105-113.  
SHI C H, LIU J W, WANG Z X, et al. Improved method of calculating the influence of foundation pit excavation on adjacent single pile [J]. *Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)*, 2019, 47(10): 105-113. (in Chinese)
- [20] KACHANOV M L, SHAFIRO B, TSUKROV I. *Handbook of elasticity solutions* [M]. Dordrecht: Springer, 2003.
- [21] LIU J W, SHI C H, CAO C Y, et al. Improved analytical method for pile response due to foundation pit excavation [J]. *Computers and Geotechnics*, 2020, 123: 103609.
- [22] SELVADURAI A P S. Flexure of an infinite beam embedded in a Vlasov layer [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1983, 25(4): 245-250.
- [23] GOH A T C, WONG K S, TEH C I, et al. Pile response adjacent to braced excavation [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2003, 129(4): 383-386.
- [24] 木林隆, 黄茂松. 基坑开挖引起的周边土体三维位移场的简化分析[J]. *岩土工程学报*, 2013, 35(5): 820-827.  
MU L L, HUANG M S. Simplified method for analysis of soil movement induced by excavations [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, 35(5): 820-827. (in Chinese)
- [25] 俞建霖, 过锦, 周佳锦, 等. 考虑空间效应的均质地基内撑式基坑开挖对邻近桩基影响分析[J]. *土木工程学报*, 2023, 56(8): 140-152.  
YU J L, GUO J, ZHOU J J, et al. Analysis of lateral deformation of adjacent pile induced by braced excavation considering spatial effect in ground of homogeneous soil [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2023, 56(8): 140-152. (in Chinese)
- [26] 郑刚, 颜志雄, 雷华阳, 等. 基坑开挖对邻近桩基影响的实测及有限元数值模拟分析[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(5): 638-643.  
ZHENG G, YAN Z X, LEI H Y, et al. Field observation and finite element numerical simulation analysis of effect on adjacent piles due to excavation [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(5): 638-643. (in Chinese)