

基于堆叠集成算法的软岩填方路基沉降融合预测模型研究

曾铃¹, 谢宇航¹, 章赛泽^{1†}, 余慧聪¹, 陈镜丞², 张红日³

(1. 长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410114;

2. 中国建筑第五工程局有限公司, 湖南 长沙 410021;

3. 广西交科集团有限公司, 广西 南宁 530001)

摘要:在降雨入渗和交通荷载影响下,路基内部填筑软岩易发生持续的颗粒破碎、迁移及重新排列,进而引发路基产生不均匀沉降。沉降变形是评估路基稳定性与安全性的关键指标,开展路基沉降预测是预防道路失稳或病害的重要手段。然而,传统单一预测模型通常缺乏良好的普适性与泛化能力,难以适用于不同工况条件下的路基工程。因此,收集并分析了18个公路和铁路软岩填方路基工程的沉降监测数据,总结归纳了波浪型、折线型以及抛物线型等多种典型沉降趋势。在此基础上,基于Stacked Generalization(SG)集成算法,将三类不同领域内的预测模型进行组合,构建了适用于预测软岩填方路基沉降的SG融合模型。改进后的模型避免了复杂的超参数调整过程,适合直接应用于实际工程。并使用了Blocked K-Fold训练策略,提高模型的鲁棒性。在实际监测样本与数据匮乏的小样本条件下,将模型预测结果与多个传统模型进行对比,结果显示,SG融合模型多项误差评价指标显著低于其他模型,针对多个工程的沉降预测精度最高,具有更高的适用性和鲁棒性。研究成果可为软岩填方路基服役性能评价及工后维护提供理论参考与技术支撑。

关键词:路堤工程;沉降;集成算法;堆叠泛化;预测

中图分类号:U416.1

文献标志码:A

Research on Fusion Prediction Model of Soft Rock Embankment Subsidence Based on Stacked Generalization Integration Algorithm

ZENG Ling¹, XIE Yuhang¹, ZHANG Saize^{1†}, YU Huicong¹, CHEN Jingcheng², ZHANG Hongri³

(1. School of Civil Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China;

2. China Construction Fifth Engineering Bureau Co., Ltd., Changsha 410021, China;

3. Guangxi Transportation Science and Technology Group Co., Ltd., Nanning 530001, China)

* 收稿日期:2024-09-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52078066, 52378440, 52078067), National Natural Science Foundation of China(52078066, 52378440, 52078067); 交通运输行业重点科技项目(2022-MS1-032), The Key Science and Technology Program in the Transportation Industry (2022-MS1-032); 湖南省自然科学基金项目(2023JJ1004, 2024JJ6023), Natural Science Foundation of Hunan Province (2023JJ1004, 2024JJ6023); 湖南省教育厅科学项目(22B0342), Science Research Program in the Education Department of Hunan Province of China (22B0342); 长沙市杰出创新青年培养计划(kq2305023), Outstanding Innovative Youth Training Program of Changsha City(kq2305023); 长沙理工大学实践创新与创业项目(CLSJCX23045), Graduate Research Innovation of Changsha University of Science & Technology (CL SJCX23045).

作者简介:曾铃(1986—),男,重庆江津人,长沙理工大学教授,博士

† 通信联系人,E-mail: zhangsaize@csust.edu.cn

Abstract: Soft rock within embankments is prone to continuous particle breakage, migration, and rearrangement due to rain infiltration and traffic loads, leading to uneven subsidence. Subsidence deformation is a key indicator of embankment stability and safety, making accurate prediction essential for preventing road defects and instability. However, traditional single prediction models often lack generalizability and are not suitable for varying conditions in embankment engineering. This study collected and analyzed subsidence data from 18 soft rock embankments in highways and railways, which exhibited distinct subsidence patterns, including wave-like, broken line, and parabolic trends. Based on these data, using the Stacked Generalization (SG) ensemble algorithm, an SG fusion model predicting soft rock embankment subsidence was developed combining the prediction models from three different fields. The model avoided the hyperparameter tuning process, allowing for direct application in engineering practices. Besides, a Blocked K-Fold training strategy was employed to improve robustness. In comparison with traditional models, under conditions of limited monitoring data, the SG fusion model demonstrated significantly lower error rates and higher prediction accuracy across various projects. The findings suggest that the SG model is more applicable and robust for predicting soft rock embankment subsidence. This research provides theoretical and technical support for evaluating the service performance and post-construction maintenance of soft rock embankments.

Key words: embankment engineering; subsidence; integrated algorithms; Stacked Generalization; forecasting

软岩广泛分布于我国的中南、西南等地区,其具有黏土矿物含量高、遇水易软化崩解、裂隙发育强及界面效应显著等特性^[1],属于不良路基填料。但是大量交通基础设施修筑于软岩分布区,涉及大量软岩挖方和路基建筑工程,本着因地制宜、就地取材以及经济环保的原则,将开挖软岩采用适当方法进行改良,并通过特定技术措施确保路基的承载能力后^[2],可以将软岩用于填筑路基。然而,工程实践证明,在降雨入渗和交通荷载影响下,路基内部软岩易发生持续的颗粒破碎、迁移及重新排列等现象,引发路基显著沉降^[3]。沉降变形是评估路基稳定性和安全性的关键指标。当路基发生不均匀沉降并超过容许范围时,可视为沉降病害^[4]。沉降病害轻则造成行车颠簸、影响行车速度,重则致使路面开裂、路基塌陷,严重威胁行车安全。因此,对关键路段开展早期病害的准确识别和预判,对于防范道路安全风险、及时发现和解决问题、减少维护成本至关重要。

路基沉降是工程和环境等多因素条件交互作用的结果,然而,实际工程中实时监测大范围的降雨、气温和行车等因素数据成本较大,工程上常常缺乏有效的监测数据。大部分沉降预测研究直接依据路基早期的沉降监测资料,采用合理的数据分析手段反演路基沉降趋势,进而预测路基中、长期沉降^[5]。传统预测方法有曲线拟合法^[6]、灰度理论^[7]以及机器

学习^[8-12]等,但是传统单一的预测模型常常具有局限性,导致预测精度较低。例如,在小样本与多噪声样本预测中,机器学习模型可能出现预测结果失真^[8]。

为了获取更准确、可靠的预测结果,使单一模型优势能够得到互补,多种方法组合预测受到广泛关注^[13]。目前,有学者使用同一方法对不同模型进行融合预测,如Su等^[14]引用了S型增长曲线的组合预测模型,研究基坑开挖诱发地表沉降的发展规律;赵亚红等^[15]通过诱导有序加权调和平均(IOWHA)算子优化建立泊松-指数曲线加权组合预测模型,根据各个模型不同时刻预测精度大小赋予其不同的权重。也有学者将3类方法交叉结合形成组合模型,如刘光秀等^[16]利用灰色预测模型与冈珀茨(Gomperz)曲线,根据误差平方和最小为权重分配标准,构建了组合模型;许明等^[17]利用双曲线法、GM(1,1)和人工神经网络进行加权组合进行路堤沉降预测。

与上述研究相比,由于软岩自身的特性、环境条件、工程地质状况以及监测手段等因素的影响,不同工程中的软岩填方路基沉降曲线呈现多种变化趋势,沉降与时间的非线性关系更为复杂,根据短期监测数据,高精度预测后期沉降变形难度较大。此外,现有预测沉降的组合模型大多基于简单数学加权公式赋予不同模型权重进行预测,少有使用学习能力强的机器学习集成方法建立融合模型进行路基沉降

预测。这些简单的组合模型一般只能根据特定工程组建,由于其假设、原理以及损失函数等存在差异,仅适用于特定沉降变化规律,对于其他工程的沉降预测结果可能存在显著差异,模型缺乏良好的普适性与泛化能力。综上所述,目前利用集成算法融合多元预测模型,同时进行软岩填方路基多种沉降变化趋势的预测研究较少。

因此,本研究收集了18个软岩填方路基工程中多个路段截面的监测数据,构建了包含140个断面的沉降数据库,并对这些工程变形监测数据进行提取、分析,总结了5种软岩填方路基沉降趋势,并根据每种沉降趋势特点进行了阶段性划分。基于上述分析,选择3种不同样式的多元预测模型作为基学习器,并采用Stacked Generalization(SG)集成算法^[18]构建并训练沉降预测模型。最后,利用多个传统单一模型与SG融合模型预测结果进行对比,综合分析模

型预测精确性、鲁棒性以及多工程适用性。本研究旨在构建具有普适性与泛化性的智能预测模型,为软岩填方路基稳定性评价及工后维护补强提供参考依据。

1 数据收集与预处理

1.1 数据收集

本研究收集了18个软岩填方路基工程的工后沉降数据(表1),每个工程包括了多个监测段面的沉降数据,监测数据包括地基的固结沉降以及路堤自身的压密沉降。这些工程遍布中国各地,涵盖了多种气候条件、软岩填筑种类、施工方法以及防治软岩填方路基沉降措施。监测时长为1~2年,通过规划布置沉降监测点,使用监测元器件与沉降板等仪器进行沉降监测。受篇幅限制,本文选取了每种沉降趋势代表性的数据进行分析与后续预测结果展示。

表1 18个软岩填方路基工程信息及沉降数据

Tab.1 Information and subsidence data of 18 soft rock embankment engineering

序号	工程名称	工程地点	软岩种类	控制沉降方法	数据来源
1	云南墨临高速公路高填方路基 北京-漠河公路 K9+280~K11+120段填筑路堤	云南省 黑龙江省	炭质页岩 粉砂岩	夹层式边坡,黏土材料包边 砂井排水法	文献[19] 文献[20]
2	武广客运专线株洲某路基	湖南省	泥质粉砂岩	掺20%中粗砂,物理改良	文献[21]
3	某高速红层软岩路基	—	红层软岩	耙压	文献[22]
4	六寨-河池高速公路	广西壮族自治区	炭质页岩	表层填筑植被土	文献[23]
5	山西省内某高速 (K16+320~K16+545)	山西省	泥质软岩	—	文献[24]
6	合川-长寿高速	重庆市	泥质软岩	预崩解后碾压密实	文献[25]
7	衡桂高速	湖南省	红砂岩	预崩解-耙压-碾压,边坡采用填料布处理	文献[26]
8	柞水-小河高速公路 某高速公路 K36+224.2~K36+472.0	陕西省	复合软岩	—	文献[27]
9	树坪隧道路基过渡段	陕西省	复合软岩	素土垫层,碎石盲沟,顶层设置双向拉伸土工格栅	文献[28]
10	遂渝铁路	四川省	红层软岩	—	文献[29]
11	红官公路	湖北省	复合软岩	复合地基、双层土工格栅垫层,上层采用两布一膜以及 中粗砂垫层、顶层使用水泥稳定级配碎石	文献[30]
12	武广客运	广东省	泥质粉砂岩	—	文献[31]
13	十堰-天水高速公路	陕西省	变质片麻岩、 千层岩、片岩	水泥粉煤灰碎石桩加固、软岩与土工格栅分层填筑、路 基边坡采用砂浆砌片石拱型截水骨架并植草防护	文献[32]
14	六寨-河池高速公路	广西壮族自治区	炭质页岩	强振压实	文献[33]
15	成武高速公路1标府城枢纽 长沙某高速公路	甘肃省 湖南省	泥质软岩 红砂岩	人工崩解、软岩地基处理、 渐进式摊铺方法、路基“包边处理” 合适的松铺厚度、并反复碾压 强夯	文献[34] 文献[35] 文献[36]

1.2 数据预处理

实际工程中,由于数据遗漏与测量误差等导致原始监测数据较少,机器学习模型因难以准确学习复杂的软岩沉降变化规律而出现欠拟合与过拟合现象,导致模型不稳定。根据已有研究,本文使用了三次样条插值法扩充软岩沉降数据库^[8]。路堤沉降变形曲线由多个离散的沉降点连接组成,三次样条插值函数适用于离散点间的二阶以上多项式的拟合过程,能较好拟合沉降变化过程。

2 研究案例沉降趋势分析

在软岩填方路基沉降预测中,软岩种类、路基填筑形式以及环境条件等影响因素众多,很难界定或者量化沉降在某一阶段的发展主要是由何种因素导致。因此,本节通过从18个工程案例中提取的监测数据,挖掘沉降与时间之间的规律联系,分析并归纳出5种典型的沉降趋势(图1)。同时细化每种趋势的阶段性特点,以评估不同模型的预测精度。一方面,基于这些沉降趋势选取更为适用的单一预测理论进

行融合模型中基学习器的组建,找到符合其变化的模型表征,再根据前期变化规律确定模型参数建立融合模型;另一方面,通过对多种沉降趋势的预测,验证建立的融合模型预测精度与普适性。

2.1 波浪型沉降趋势

图1(a)~(c)为典型的波浪型沉降趋势,根据各阶段特点可进一步细分为3类。这类沉降趋势普遍具有以下特点:沉降速率经过了多次循环变化,使曲线呈波浪形上升,并最终逐渐趋于稳定。预测此类趋势的关键在于模型能否准确建立多次复杂波动与后期稳定沉降值之间的合理联系与假设,以及沉降速率变化的时间点与波动前后曲线的变化规律。

如图1(a)所示,第I类波浪型沉降趋势主要分为三个阶段。第一阶段中,起始沉降速率最大,沉降随时间基本呈线性变化。随时间推移进入第二阶段后,沉降速率变化趋势由大变小,再由小变大,呈此规律多次循环变化,曲线呈现多次波浪形上升,这一阶段持续时间最长且发生的沉降量最大。第三阶段中,曲线逐渐平稳,单位时间内发生的沉降量在这一阶段最小。

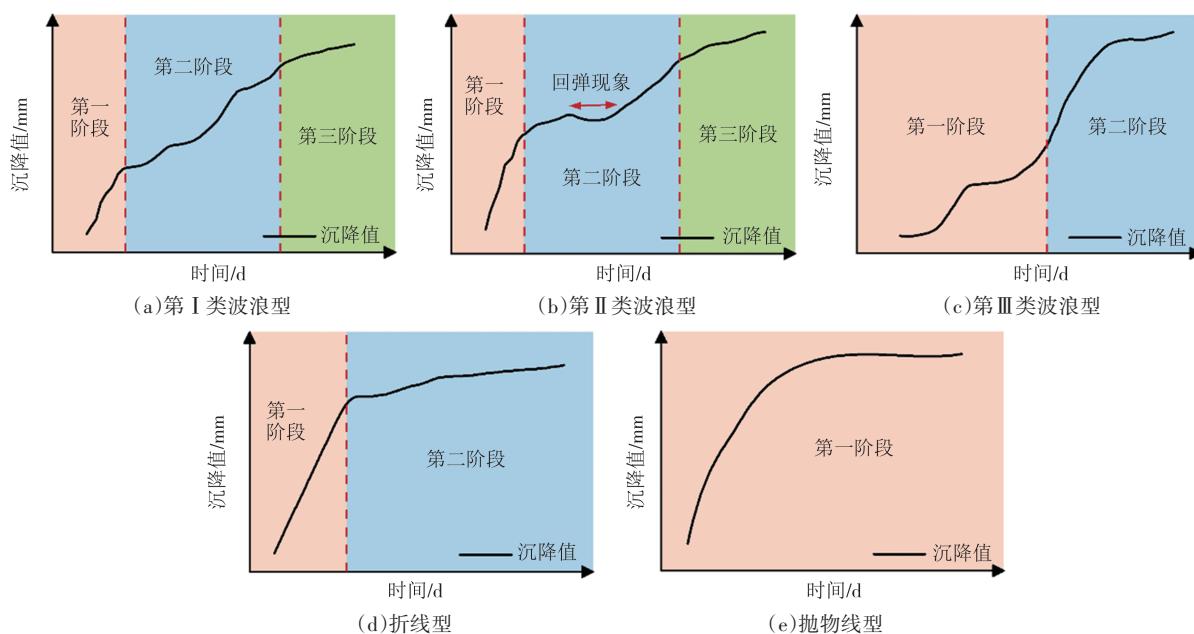


图1 软岩填方路基沉降曲线趋势

Fig.1 Subsidence curve trends of soft rock embankment

这种趋势通常出现在填筑了膨胀性或复合型软岩的路基工程中,其变形易受气候和环境因素影响^[19,23-25,30-32]。工程地点通常位于南方降雨量充沛地区,经历连续高温降雨后,软岩发生多次干湿循环,强度逐渐降低,岩石发生崩解导致整体沉降量较大,沉降速率反复循环变化。

第II类波浪型沉降趋势分为三个变化阶段,第一、第三阶段曲线变化规律与第I类相似,但是第二阶段存在显著差异。第二阶段中,沉降曲线一般只发生一次大幅波动变化,不同于常规路基沉降随时间推移逐渐增大。某一时刻,沉降量相较于前期变化开始逐渐减少,路基出现回弹现象^[19,27,29-31]。这可能是

由于软岩在外部应力作用下发生部分弹性变形,随后恢复部分变形。此外,软岩在气候干燥与外部应力条件下,水分逐渐从岩石颗粒间被挤出,发生固结现象。而在降雨后,水分重新渗入岩石颗粒之间发生膨胀,导致此类现象的发生。

第Ⅲ类波浪型沉降趋势分为2个变化阶段。初期,沉降速率较小;随后,沉降速率呈缓慢增大再减小的规律循环变化,使曲线形状呈多次反波浪形上升,此阶段整体沉降量较小。进入第二阶段后,曲线表现出简单的“抛物线”变化,整体沉降主要发生在这一阶段,变化后期沉降曲线逐渐趋于平缓,直至水平。

在此类沉降趋势的工程中^[20,28],路基填筑使用的软岩多为高应力软岩或复合型软岩,其变形特性与应力密切相关。路基前期所受应力较少,沉降速率缓慢,变形较小,岩石几乎不产生裂隙。但随着上部荷载的增加超过其承受能力,岩石发生破裂,路基在短时间内发生大幅度位移。工程地点一般位于北方寒冷地区,冬季气候寒冷干燥,岩土体之间的水分冻结,沉降速率较小。随着夏季来临,雨热同期,路基内部水分开始融化,加之荷载影响,导致软岩软化,超过了其承受能力,出现大变形沉降,沉降速率也迅速增大。

2.2 折线型沉降趋势

图1(d)为折线型沉降趋势,其主要包含两个变化阶段。第一阶段沉降速率最大且基本保持不变,曲线基本呈线性变化,路基沉降主要发生在此阶段。当到达某一临界点后,进入第二阶段,沉降速率迅速变小,曲线出现明显的弯折点,变化末期沉降逐渐趋于平缓。预测此类趋势的关键在于模型能否准确识别沉降速率变化的临界点,并准确找到临界变化点前后的沉降速率变化规律。

此类趋势通常出现在填筑了高应力软岩或复合型软岩的工程中,并使用了优良的路基填筑形式与软岩改良方法^[21,25-26,31]。例如,掺和20%中粗砂物理改良软岩、铺设全断面复合土工膜与土工格栅等措施,与常规软岩相比有更好的耐崩解,有效加强了软岩填方路基承载力,防止软岩与水混合,严格控制路基沉降,使沉降曲线在弯折点前后基本呈现线性变化。

2.3 抛物线型沉降趋势

图1(e)为抛物线型沉降趋势,与传统路基沉降曲线类似,沉降量主要集中在曲线变化前中期,起始沉降速率最高,随后沉降速率随时间逐渐减小,沉降进入平稳期后,曲线逐渐趋于平缓,整体呈抛物线

形状。

此类趋势通常出现在填筑了复合型软岩并采用了较好的沉降防治措施的工程中。复合型软岩的变形特性取决于自身软岩类型的组合方式和比例,在特定的形成历史和环境等因素下,复合型软岩可能具有较好的稳定性和较小的变形量,使沉降趋势与普通路基类似^[22,29-32]。

3 预测模型

Stacked Generalization(SG)方法又称为堆叠法,与Bagging、Boosting统称为三大集成算法,是异源集成的典型代表,具有模型精度高、可解释性强以及适用复杂数据等优点,是融合领域较为实用的先驱方法^[18]。

SG模型包含了基学习器和元学习器两层主体结构,原始数据作为基学习器的输入,训练得到对应的预测结果,再将其拼凑成新特征矩阵作为元学习器的输入,进行二次学习,得到最终预测结果。基学习器中,不同模型在处理数据变化、噪声以及异常值等方面有各自的优缺点,再通过一个元学习器找到各基学习器最佳的权重和组合方式进行最终预测。其核心思想是利用不同模型的优势互补,弥补单一模型的不足,有效避免了不同模型对数据某些特征产生的偏差,从而降低过拟合风险,提升模型的泛化能力,从而提升整体预测性能。软岩填方路基的沉降过程复杂、趋势众多,传统模型难以有效捕捉所有变化特征和趋势,而Stacking模型通过融合多种模型,可以更好地适应这种复杂性。

3.1 基学习器

针对沉降预测,基学习器的输入变量为沉降与时间的关系,主要任务为找到沉降与时间之间合适的假设。传统基学习器通常全部采用机器学习方法^[18],但在实际工程中,监测数据往往匮乏并伴随噪声,过于复杂的模型由于记住了训练集的细节,难以泛化到新数据。并且根据不同数据集,模型存在复杂的超参数调整过程,极易出现模型输出结果不稳定等问题,无法充分发挥其性能。

鉴于此,本文选择了双曲线、DGM(2,1)以及BP神经网络模型作为基学习器。这些模型涵盖了多种预测模型范式,在不浪费过多计算资源与时间的基础上,结合各领域内模型的优势,捕捉多种沉降趋势特征,提高融合模型适用性。其中,双曲线模型具备较高的计算效率,可以有效捕捉沉降随时间的长期

变化特征,较好预测沉降后期逐渐趋于稳定的非线性变化^[6]. DGM(2,1)模型适用于小样本和不确定性系统的预测问题,特别在监测数据量少、噪声多以及处理短期波动时表现出更强的预测能力^[7]. BP 神经网络模型则适合处理大量且波动复杂的沉降数据,可以更准确地提取沉降量与时间的有效关系特征,实现高精度预测^[10]. 此外,本文 BP 神经网络模型使用了循环参数寻优与 RProp 优化算法,简化了手动调参的过程.

3.1.1 双曲线模型

双曲线模型的基本原理如下^[6]:

$$\frac{t - t_0}{s_i - s_0} = a + b(t - t_0) \quad (1)$$

式中: s_i 为任意时刻沉降量; s_0 为起始沉降量; t 任意时刻; t_0 为起始时刻; a, b 分别为截距和斜率.

3.1.2 DGM(2,1)模型

DGM(2,1)模型是一种二阶线性动态模型,利用了微分方程做近似拟合,对于趋势变化强烈的数据模拟预测精度较高,曲线为单调序列的二阶线性动态曲线,其原理如下^[7].

DGM(2,1)模型为

$$\alpha^{(1)}x^{(0)}(k) + ax^{(0)}(k) = b \quad (2)$$

其中, $\alpha^{(1)}x^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) - x^{(0)}(k-1), k = 2, 3, \dots, n$.

设 $\hat{u} = (a, b)^T$ 为参数列,按最小二乘法得到: $u =$

$(B^T B)^{-1} B^T Y$, 其中,

$$B = \begin{bmatrix} -x^{(0)}(2) & 1 \\ -x^{(0)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -x^{(0)}(n) & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} \alpha^{(1)}x^{(0)}(2) \\ \alpha^{(1)}x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ \alpha^{(1)}x^{(0)}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) - x^{(0)}(1) \\ x^{(0)}(3) - x^{(0)}(2) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) - x^{(0)}(n-1) \end{bmatrix} \quad (3)$$

解微分方程得到模型的时间响应序列为

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(1)}(k+1) &= \left(\frac{b}{a^2} - \frac{x^{(0)}(1)}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a}(k+1) + \\ &\quad (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}) \frac{a+1}{a} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $x^{(1)}(k) = \sum_{i=0}^k x^{(0)}(i), k = 0, 1, \dots, n$.

3.1.3 BP 神经网络模型

BP 神经网络模型具有较强的非线性映射能力、泛化能力与容错能力,是现在应用最广泛的神经网络模型之一. 如图 2 所示,模型框架由输入层、隐藏层与输出层组成,相邻前后两层神经元之间为全连接,每个连接分配权重,一般采用梯度下降搜索技术^[8]. 学习过程由数据向前传播和误差反向传播构成,两者不断重复进行,使得模型预测值与原始值的误差达到最小,实现数据预测^[8].

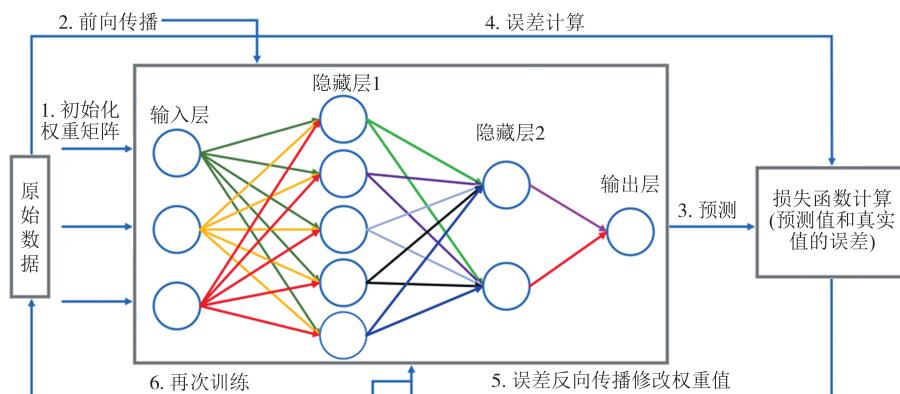


图 2 BP 神经网络模型原理图

Fig.2 Schematic diagram of the BP neural network model

3.2 元学习器

由于基学习器中模型较多且机器学习方法往往使用了复杂的非线性变化提取特征,SG 融合模型容易产生过拟合. 而元学习器的职责是融合个体学习器做出的假设,将多个基学习器的预测结果组合成新特征变量,最后通过训练模型得到最终预测结果^[17],相当于寻找“最佳融合规则”. 基于以上原因,

元学习器经常使用可解释性强、较为简单的学习器,例如决策树、多元线性回归、随机森林等.

多元线性回归方法可以捕捉多个自变量对因变量的联合影响,有效增强了模型对复杂数据模式的适应能力^[9]. 这种方法能够将基学习器的输出线性组合,回归系数即为基学习器的权重分配系数,在训练中根据不同沉降曲线特征、模型适用性,优化每个

基学习器的贡献,分配最合适的权重,提供灵活的模型组合方案。因此,本文元学习器选择多元线性回归方法,原理如下:

设 y 为因变量, x_1, x_2, x_3 为自变量,多元线性回归模型为

$$\hat{y}_i = \omega_0 + \omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \omega_3 x_3 + \varepsilon = W^T x_i \quad (5)$$

式中: ω_0 为常数项; $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 为回归系数; ε 为误差

项。 ω_1 为 x_2, x_3 固定时, x_1 每增加一个单位对 y 的效应,即 x_1 对 y 的偏回归系数, x_2, x_3 同理。

模型损失函数为

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - X_i \omega)^2 \quad (6)$$

根据基学习器与元学习器选择,本文SG融合模型原理如图3所示。

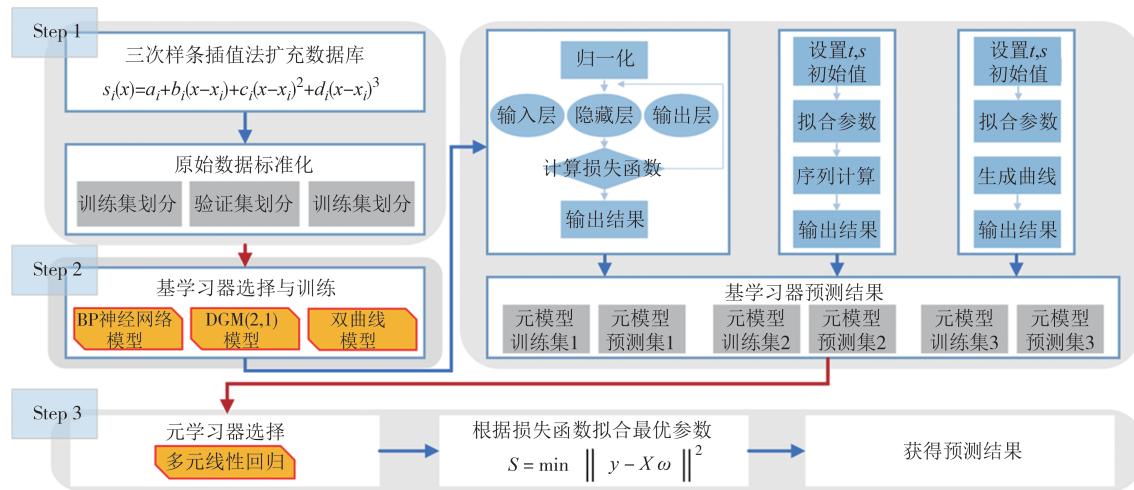


图3 SG融合模型原理图

Fig.3 Schematic diagram of the SG fusion model

3.3 SG融合模型训练过程

传统的训练集和测试集划分方法可能导致两层学习器使用相同的训练数据,增加过拟合风险,使预测精度下降。在模型中使用时间序列交叉验证方法中的Blocked K-Fold方法可以有效解决这一问题^[37]。

如图4所示,本文使用Blocked 5-Fold方法,将前70%的数据划分为训练集 D ,后30%数据划

分为测试集 S 。将 D 按照时间序列平均分成5块, $d_1 \sim d_5$ 为训练数据, V_5 为验证集。依次循环5次,确保 D 中每一块数据都参与训练和验证。基学习器根据训练数据得到的 $P_{d1} \sim P_{d5}$ 组成元学习器的训练集,根据测试集得到的 $P_{s1} \sim P_{s5}$ 取平均值得到元学习器的测试集。根据训练数据组成数列矩阵对元学习器进行训练,得到最终预测结果。

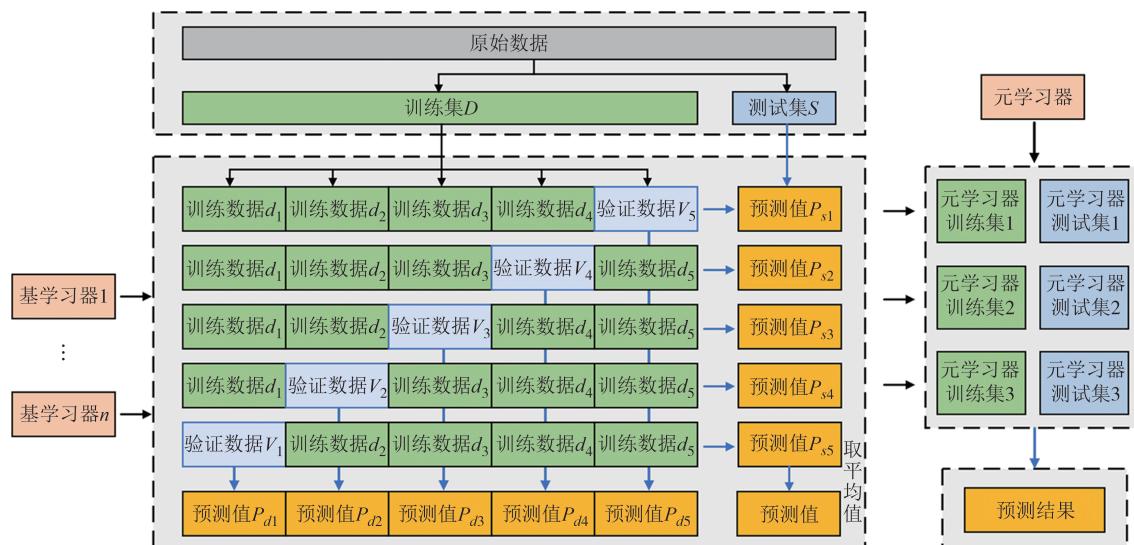


图4 Blocked 5-Fold方法原理图

Fig.4 Schematic diagram of the Blocked 5-Fold method

验证集在训练时单独留出,用于调整模型的超参数并初步评估模型能力,防止过拟合;测试集则作为独立的数据集,用于最终评估模型的性能.

3.4 对比模型

采用双曲线模型、DGM(2,1)模型、BP 神经网络模型、LSTM 神经网络模型与 SG 融合模型进行对比,综合评估软岩填方路基沉降预测性能.

LSTM 神经网络模型通过引入遗忘门、输入门与输出门,有效控制信息的累积和选择性遗忘,解决了传统循环神经网络在长序列数据训练过程中的梯度消失和爆炸问题^[11]. 因为其擅长学习序列数据中的复杂关系和长短期依赖,在边坡和水库大坝等变形预测领域应用广泛,并取得了良好效果^[11],因此本文增加了 LSTM 神经网络模型对比评估 SG 融合模型预测效果. 而由于其复杂的模型结构,基学习器如果叠加使用,LSTM 神经网络模型可能导致融合模型的过拟合,并且由于其烦琐的超参数调整过程,难以设置一套超参数适用于多个实际工程,因此基学习器没有采用此方法.

文本模型经过多次循环参数寻优(一般为 100 次)与网络搜索等方法,确定了各模型的超参数,详见表 2. 为了突出融合模型优势,基学习器和单独对比模型的超参数选择保持一致. 特别是在 LSTM 神经网络模型中,滑动时间窗口、隐藏层数节点数等参数,需要根据不同数据集确定最优参数,以确保高精度预测.

表 2 模型超参数设置

Tab.2 Hyperparameter settings of the models

模型	超参数设置
双曲线模型	根据不同训练集数据确定 a 、 b
DGM(2,1)模型	根据不同训练集数据确定 a 、 b
BP 神经网络模型	激活函数: sigmoid, 优化算法: RProp, epochs=1 000, goal=0.000 01
LSTM 神经网络模型	delay: 4~6; hidddenode1: 10~60; hidddenode2: 10~120; dropout rate: 0.15~0.3, max epochs: 100, initial learning rate: 0.01, learn rate drop period: 50, learn rate drop factor: 0.1, mini-batch size: 1/10

4 预测结果分析

4.1 误差评价指标

为了评估模型的预测性能,通常采用误差评价

指标来量化预测值与真实值的差距. 由于每种评价指标具有各自优缺点和适用范围,本文采用平均绝对误差(mean absolute error, MAE)、均方根误差(root mean square error, RMSE)以及平均绝对百分比误差(mean absolute percentage error, MAPE)作为回归任务中的评价指标. MAE、RMSE、MAPE 数值越小,表明模型性能越好,具体计算公式如下^[10]:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n} \quad (7)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}} \quad (8)$$

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right| \quad (9)$$

式中: i 为数据集中的样本个数; y_i 为 i 时刻原始数据; \hat{y}_i 为 i 时刻预测数据.

4.2 SG 模型预测结果

图 5 中,SG 融合模型对折线型曲线[图 5(d)]与抛物线型曲线[图 5(e)]预测精度优于波浪型曲线[图 5(a)~(c)]. 折线型曲线预测结果中,沉降速率变化的临界点预测时间一致,预测值略微偏小,整体上模型能准确捕捉曲线变化趋势,预测结果能较好地收敛. 抛物线型曲线预测结果中,模型拟合精度较高,当沉降曲线趋于平缓直至水平时,模型在测试集上仍有较为出色的预测效果.

三种波浪型沉降趋势的预测结果接近. 图 5(a)中,在第二阶段,预测存在偏差,最大误差在第 108 d 达到 4.15 mm,预测曲线从实际波动的中间位置穿过. 其他阶段的预测精度较高,结果能有效收敛. 图 5(b)为第 II 类波浪型沉降趋势预测结果,第一阶段后期预测结果偏大,第 30 d 误差最大,为 4.02 mm. 第二阶段中,回弹现象前期,预测值偏大. 图 5(c)中,第一阶段后期的波动存在误差,测试集的小幅波动区域预测值偏大,但整体预测精度较好. 该组数据在软岩填方路基沉降末期曲线已经接近水平的情况下,预测结果仍然能较好地收敛.

常规机器学习模型的训练集预测精度一般高于测试集^[8~12]. 然而,本文的 SG 融合模型表现出相反的预测结果. 这是由于传统机器学习模型在训练集上通常需要设定目标拟合精度,而泛化到测试集上的

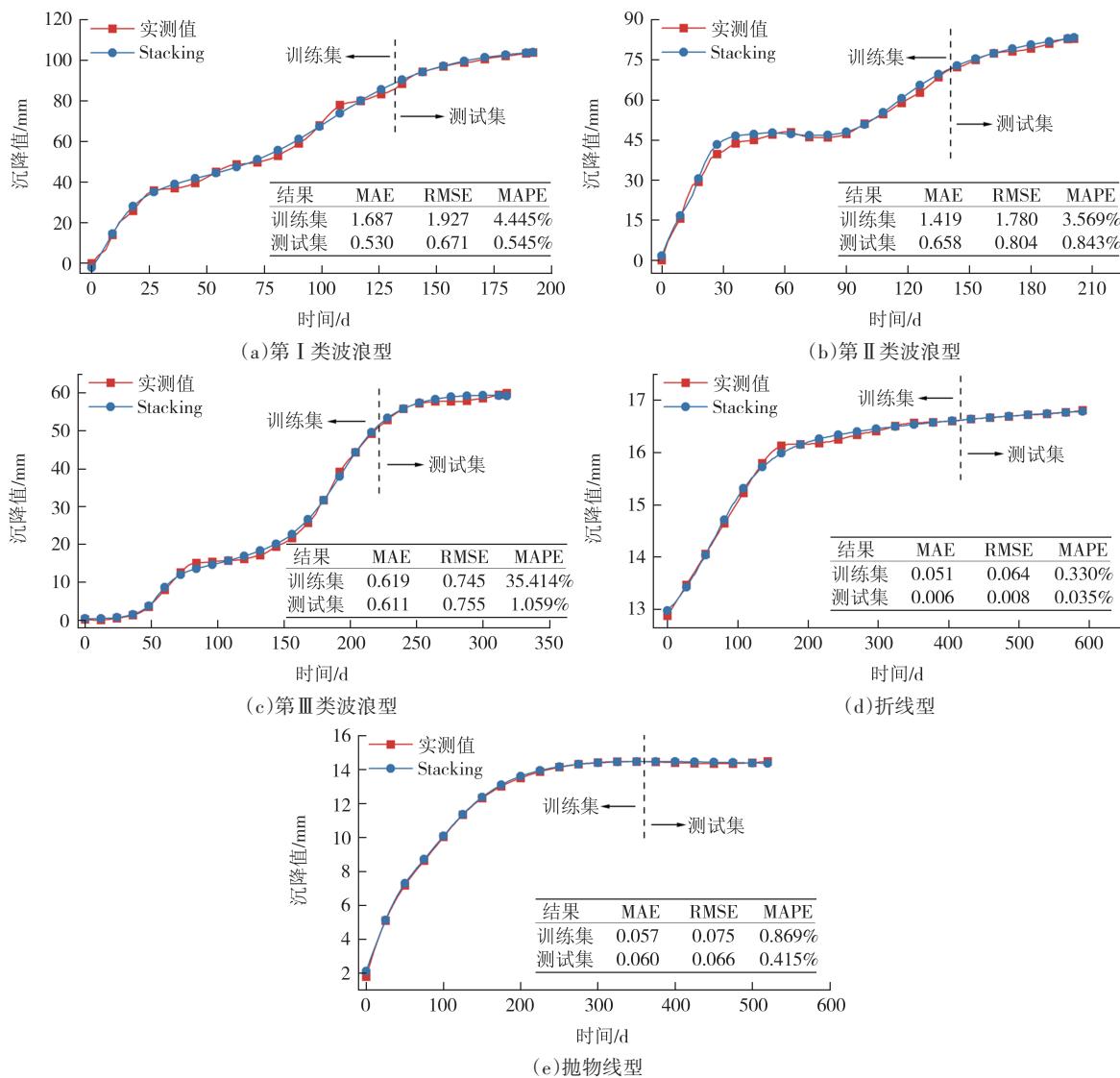


图5 SG融合模型软岩填方路基沉降预测结果

Fig.5 Predicted results of soft rock embankment subsidence using the SG fusion model

能力较弱。但是,SG融合模型中基学习器采用双曲线与DGM(2,1)模型,可以有效避免这一问题。同时,根据第2节研究可知,路基沉降前中期常发生不规律的复杂非线性变化,后期趋于简单的非线性变化。这些模型根据前期沉降与时间的耦合关系,能更准确预测后期沉降值。这种现象表明,在SG集成算法中选择曲线拟合法与灰度理论方法对提高沉降预测精度是有效的,并且避免了一般机器学习模型中出现的过拟合现象。

4.3 模型预测结果对比

从图6与表3可知,双曲线模型各项误差评价指标最高,预测结果最差。第III类波浪型沉降预测最大误差达到19.03 mm,且后期沉降无法有效收敛。预测过程中,经常因为收敛过快,导致后期预测结果偏小

且误差较大。模型难以有效拟合波浪型沉降趋势每一阶段变化规律。这是因为双曲线模型假设沉降随时间发展符合渐近平滑的双曲线变化规律,对实际的复杂非线性变化拟合度较差。

DGM(2,1)模型基于灰度系统理论,采用了差分进化算法,在噪声和异常值的干扰下具有较强的稳定性^[7],因此预测结果优于双曲线模型。对于波浪型曲线预测精度有所提升,但整体预测效果仍然不理想。对于第II类波浪型沉降预测最大误差达到17.98 mm。这是由于在曲线波动较大且线性关系复杂时,该模型可能陷入局部最优解而不是全局最优解,导致预测结果不准确。

BP神经网络模型预测结果均优于以上模型,但与SG融合模型相比,其每组预测结果的MAE、RMSE与MAPE均显著增加,表明其预测精度低于SG融合

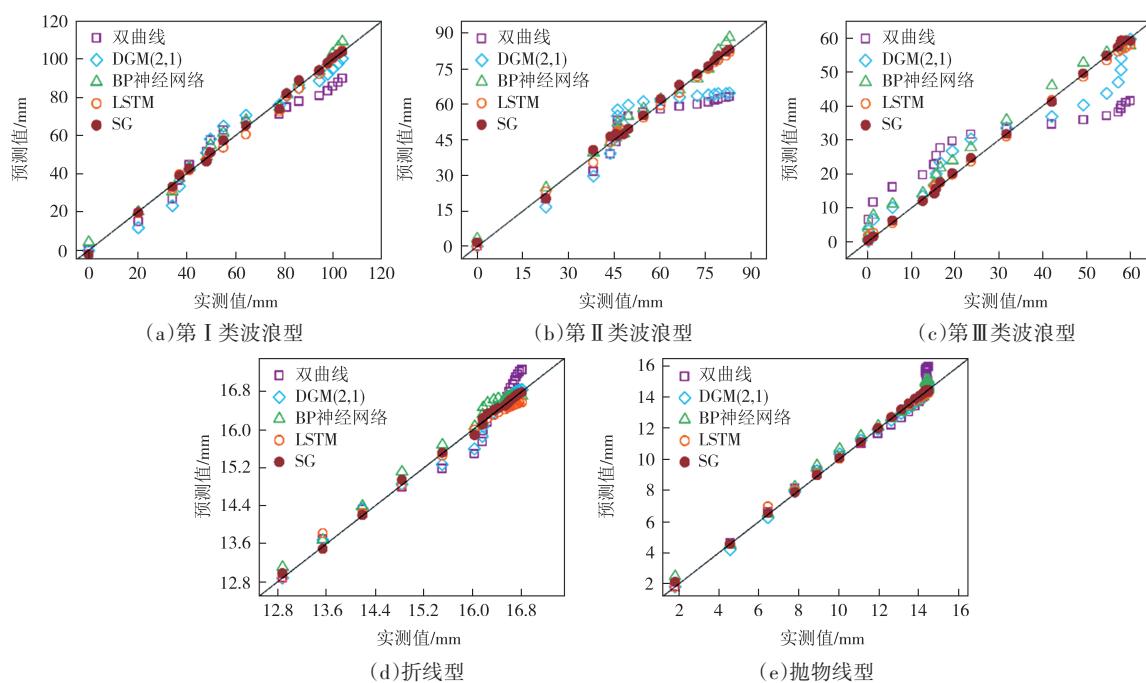


图6 原始样本条件下多模型软岩填方路基沉降预测结果对比

Fig.6 Comparison of multi-model predictions for soft rock embankment subsidence under original sample conditions

表3 模型测试集预测误差评价指标对比表

Tab.3 Comparison of evaluation metrics for prediction errors in the test sets

沉降趋势	模 型	MAE		RMSE		MAPE	
		监测样本	小样本	监测样本	小样本	监测样本	小样本
第 I 类波浪型	SG	0.530	1.658	0.671	1.847	0.545%	1.682%
	双曲线	13.664	12.789	13.707	12.806	13.878%	12.949%
	DGM(2,1)	4.656	4.063	4.734	4.160	4.746%	4.142%
	BP 神经网络	2.500	5.541	3.115	5.607	2.477%	5.586%
第 II 类波浪型	LSTM	0.927	2.071	1.346	2.172	0.835%	1.745%
	SG	0.658	0.698	0.804	0.870	0.843%	0.896%
	双曲线	16.403	15.521	16.540	15.746	20.897%	19.847%
	DGM(2,1)	13.871	12.898	14.137	13.334	17.623%	16.416%
第 III 类波浪型	BP 神经网络	2.664	4.403	3.205	5.497	3.337%	5.483%
	LSTM	0.631	1.065	0.725	1.505	0.800%	1.430%
	SG	0.611	1.054	0.755	1.284	1.059%	1.815%
	双曲线	18.123	16.371	18.139	16.403	31.606%	28.457%
折线型	DGM(2,1)	6.440	6.415	7.448	7.435	11.408%	11.334%
	BP 神经网络	0.716	3.157	1.052	3.254	1.263%	5.470%
	LSTM	1.298	2.212	1.328	2.299	2.255%	3.823%
	SG	0.006	—	0.008	—	0.035%	—
抛物线型	双曲线	0.375	—	0.380	—	2.245%	—
	DGM(2,1)	0.091	—	0.093	—	0.547%	—
	BP 神经网络	0.041	—	0.049	—	0.245%	—
	LSTM	0.178	—	0.180	—	1.067%	—
	SG	0.060	—	0.066	—	0.415%	—
	双曲线	1.160	—	1.194	—	8.058%	—
	DGM(2,1)	0.351	—	0.361	—	2.439%	—
	BP 神经网络	0.551	—	0.569	—	3.828%	—
	LSTM	0.140	—	0.142	—	0.973%	—

模型。根据图6可知, BP神经网络模型能初步拟合波浪型曲线,但在相邻波动区域和沉降速率变化点的预测上仍然存在较大误差。此外,该模型普遍存在测试集收敛过慢的问题,导致沉降预测值偏大。这些误差结果可能与模型参数优化过程中的梯度下降机制有关,并且由于损失函数通常存在多个局部最小值,以及受局部梯度信息的影响,限制了模型的全局优化能力。

LSTM神经网络模型在训练集上能较好拟合每种趋势的复杂非线性变化,在第Ⅱ类波浪型沉降趋势的预测结果上优于SG融合模型,但是其他趋势预测指标均有所增加,表明模型缺乏较强的稳定性和普适性。第Ⅲ类波浪型沉降预测结果最差。模型的不稳定可能是在训练集上过度拟合了一些噪声或局部特征,导致在测试集上泛化能力较弱。且其存在滑动时间窗口、隐藏层节点数、丢失率等复杂的超参数调整过程,不同的数据集需要设定特定的参数组合,不适用于多个工程的实际应用^[11]。

综上可知,单独的模型由于各自的一些缺点与局限性,仅对某些沉降趋势的预测效果较好,针对多个工程的普适性预测效果较差。而SG融合模型可以有效结合多个模型的预测优势,规避单一模型的缺点,以达到更高的预测精度,适用于多种软岩沉降趋势的预测。

4.4 小样本条件下模型预测结果对比

工程上数据遗漏、噪声等因素经常导致监测数据有限。因此,在数据集匮乏的情况下,模型能否保持较好的预测精度,是评估其工程适用性的一项重要依据。根据4.2节使用的实测数据,每组数据从首个数据点开始,每间隔一个数据点选取一个样本,形成数量为原始数据集一半的小样本数据集。折线型与抛物线型沉降趋势变化规律较为简单,各模型具有较好的预测精度,受篇幅限制,仅讨论3种波浪型沉降趋势。

根据表3可知,在小样本条件预测中,机器学习模型预测精度普遍出现下降,双曲线和DGM(2,1)模型预测精度基本保持稳定。数据匮乏对于BP神经网络模型的影响尤为显著,其预测精度降低幅度远大于其他对比模型,误差指标MAE最高增加了3.041。其次对LSTM模型也有一定影响,其中第Ⅲ类波浪型曲线预测结果精度下降最大且预测精度最

低,MAPE增加了1.568%。相比之下,对SG融合模型的影响最小,其中第Ⅰ类波浪型曲线预测结果精度下降最大,RMSE增加了1.176。

机器学习模型预测精度普遍下降的原因为:当训练数据量较小时,模型无法有效学习并拟合数据中的复杂线性关系和变化趋势,从而导致欠拟合。此外,数据偏差和样本选择偏差也可能导致模型仅学习到训练数据的局部特点,却忽略了整体趋势,从而导致预测精度降低。综上可知,数据匮乏对SG融合模型预测精度的影响较小,该模型的整体预测精度仍然最高,体现了更强的工程适用性和鲁棒性。

5 讨论

在堆叠集成算法中,基学习器的选择需要综合考虑预测目的、数据特征、数据集类型、模型适用范围等因素。首先,根据模型用途与预测目的,确定所需的输入和输出参数。然后,选择的模型需要有效应对不同的数据类型,并符合数据集的整体变化规律。最后,根据模型的适用范围、建模难度等综合考虑调整。

在软岩填方路基沉降预测中,输入参数为沉降量随时间的变化,输出参数为沉降量,为单因素回归问题^[5]。沉降初期多表现为不规律的非线性变化,后期逐渐趋于稳定,表现为简单的非线性变化^[15]。不同工程中可能出现的数据类型包括:数据匮乏时的小样本数据集、长时间监测下的大样本数据集和多噪声数据集等。综上分析,本文基学习器选择了双曲线、DGM(2,1)以及BP神经网络模型。模型的输入、输出参数可通过调整以适用于路基沉降预测,且能有效处理沉降量与时间的关系。其中双曲线模型的假设符合路基沉降后期的变化规律^[6];DGM(2,1)模型适用于处理小样本和多噪声数据集预测^[7];BP神经网络模型能有效分析沉降数据在大样本下的复杂非线性变化^[8]。这种模型组合既有效避免了融合模型出现过拟合现象,又减少了复杂的超参数调整过程,在使用较低的计算资源和时间成本的基础上,达到了良好的预测效果,适用于软岩填方路基工程。

堆叠集成算法结合多个基学习器和元学习器,捕捉单个模型可能遗漏的细节,降低单一模型的异常和误差对最终预测结果的影响,从而提高预测精

度。其层次化结构能够处理多种沉降特征和趋势,减少单一模型的过拟合风险,增强了模型在复杂和不确定环境下的鲁棒性和普适性。

基于堆叠集成算法建立的融合模型设计具有独特性与灵活性,能够容纳不同类型的基础模型。而新模型的加入只需增加代码并接入程序端口,无须大规模调整现有结构。未来,可以根据不同的应用场景和条件,补充新的学习器,通过调用不同的模型使其适用于更多工程场景,完成多种土木工程预测任务。

6 结论

1)本研究总结了18个软岩填方路基工程案例中出现的5种典型沉降趋势,包括3种波浪型、折线型以及抛物线型沉降趋势。对这些沉降趋势进行阶段性分析,以用于细化评价模型的预测精度以及各工程适用性。

2)采用了双曲线拟合、灰度理论以及机器学习三种方法构建了SG融合模型中的基学习器。改进的模型能有效降低机器学习方法常出现的过拟合现象,在获得良好预测精度的基础上,有效降低了建模难度并简化了模型的超参数调整过程,更适用于工程实际。相较于对比模型,具有更强的适用性以及更高的鲁棒性和精确性。

3)针对工程实践中常见的数据匮乏问题,本研究分析了各模型在小样本数据集条件下的表现。结果表明,双曲线与DGM(2,1)模型在数据稀缺情况下的预测精度相对稳定,机器学习模型普遍存在预测精度下降的现象,其中BP神经网络模型影响最大,SG融合模型受到的影响最小,且SG融合模型的整体预测精度最高。

4)堆叠集成算法在基学习器的选择上需综合考虑模型用途、预测目的、数据集类型、模型使用范围以及建模难度等因素。作为一种集成算法,其独特的优势在于模型的可叠加特性,每种模型运算独立,具有强大的灵活性与扩展性。可以动态增添并选择性调用多个模型,使已构建的融合模型适用于更多工程应用场景。

参考文献

- [1] 曾铃,余慧聪,高乾丰,等.阿拉伯树胶改性预崩解炭质泥岩路用性能及改性机制[J].中国公路学报,2023,36(10):42-54.
- [2] ZENG L, YU H C, GAO Q F, et al. Road performance and modification mechanisms of disintegrated carbonaceous mudstone modified with gum Arabic [J]. China Journal of Highway and Transport, 2023, 36(10): 42-54. (in Chinese)
- [3] 付宏渊,杨海涛,曾铃,等.炭质泥岩填料击实特性及颗粒破碎研究[J].土木工程学报,2025,58(3):113-124.
- [4] FU H Y, YANG H T, ZENG L, et al. Study on compaction characteristics and particle breakage of carbonaceous mudstone fill material[J]. China Civil Engineering Journal, 2025, 58(3): 113-124. (in Chinese)
- [5] RAHMANI H, PANAH A K. Influence of particle size on particle breakage and shear strength of weak rockfill[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2021, 80 (1) : 473-489.
- [6] 杨果林,段君义,杨啸,等.降雨与自然状态下膨胀土基床的振动特性[J].浙江大学学报(工学版),2016,50(12):2319-2327.
- [7] YANG G L, DUAN J Y, YANG X, et al. Vibration characteristics of subgrade in expansive soil area under simulated rainfall and natural conditions [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2016, 50(12): 2319-2327. (in Chinese)
- [8] 苏谦,张棋,张宗宇,等.基于协同降噪与IGWO-SVR的高填方路基沉降预测[J].铁道学报,2024,46(3):87-98.
- [9] SU Q, ZHANG Q, ZHANG Z Y, et al. Settlement prediction of high-filled embankment based on collaborative denoising and IGWO-SVR [J]. Journal of the China Railway Society, 2024, 46(3): 87-98. (in Chinese)
- [10] WANG H Y, SHE H, XU J, et al. A three-point hyperbolic combination model for the settlement prediction of subgrade filled with construction and demolition waste [J]. Materials, 2020, 13(8): 1959.
- [11] ZENG L, LIU C, WU W Z. A novel discrete GM(2, 1) model with a polynomial term for forecasting electricity consumption[J]. Electric Power Systems Research, 2023, 214: 108926.
- [12] 丁建文,魏霞,高鹏举,等.基于GA-BP神经网络的软土路基运营期沉降预测[J].东南大学学报(自然科学版),2023,53(4):585-591.
- [13] DING J W, WEI X, GAO P J, et al. Prediction of settlement of soft soil subgrade during operation based on GA-BP neural network [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2023, 53(4): 585-591. (in Chinese)
- [14] BISCHL B, LANG M, KOTTHOFF L, et al. Mlr: machine learning in R [J]. Journal of Machine Learning Research, 2016, 17(170): 1-5.
- [15] 马高,刘康.基于BP神经网络CFRP约束混凝土抗压强度预测[J].湖南大学学报(自然科学版),2021,48(9):88-97.

- MA G, LIU K. Prediction of compressive strength of CFRP-confined concrete columns based on BP neural network [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2021, 48(9): 88-97. (in Chinese)
- [11] BUI K T, TORRES J F, GUTIÉRREZ-AVILÉS D, et al. Deformation forecasting of a hydropower dam by hybridizing a long short-term memory deep learning network with the coronavirus optimization algorithm [J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2022, 37(11): 1368-1386.
- [12] 刘凯华, 郑佳凯, 谢维力, 等. 基于机器学习的再生混凝土配合比设计方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2023, 50(9): 88-96.
- LIU K H, ZHENG J K, XIE W L, et al. Mixture design method of recycled aggregate concrete based on machine learning [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2023, 50(9): 88-96. (in Chinese)
- [13] 贺宁, 习坤, 高峰, 等. 基于FCM-ELM-BBPS的预测控制参数整定[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2023, 50(12): 168-177.
- HE N, XI K, GAO F, et al. Predictive control parameter tuning algorithm based on FCM-ELM-BBPS [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2023, 50(12): 168-177. (in Chinese)
- [14] SU Y, WANG X Q, FU Y Y, et al. Research on surface settlement prediction based on the combination prediction model of S-shaped growth curves [J]. Geosystem Engineering, 2018, 21(4): 236-241.
- ZHAO Y H, WANG J X, ZHANG L H, et al. Study on weighted combination model based on IOWHA operator in prediction of subgrade settlement [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2018, 15(10): 2529-2534. (in Chinese)
- [16] 刘光秀, 曹海莹, 李玉根. 灰色-Gompertz组合模型在软土路基沉降预测中的应用[J]. 中国科技论文, 2016, 11(13): 1488-1491.
- LIU G X, CAO H Y, LI Y G. Application of grey and Gompertz combination model in settlement prediction of soft soil subgrade [J]. China Sciencepaper, 2016, 11(13): 1488-1491. (in Chinese)
- [17] 许明明, 徐彬, 曾浩中. 路基沉降的加权组合预测方法研究 [J]. 铁道科学与工程学报, 2016, 13(3): 463-468.
- XU M M, XU B, ZENG H Z. Research on weighted combination prediction method for subgrade settlement [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2016, 13(3): 463-468. (in Chinese)
- [18] WOLPERT D H. Stacked generalization [J]. Neural Networks, 1992, 5(2): 241-259.
- [19] 常洲, 程小强, 张留俊, 等. 基于三点修正曲线模型的软岩高填路堤沉降预测[J]. 公路交通科技, 2022, 39(5): 33-40.
- CHANG Z, CHENG X Q, ZHANG L J, et al. Prediction of settlement of soft rock high-filled embankment based on three-point modified curve model [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2022, 39(5): 33-40. (in Chinese)
- [20] LIU B, JIANG X G. Consolidation and deformation characteristics of soft rock foundation in hydrological wetland environment [J]. Earth Sciences Research Journal, 2020, 24(2): 183-190.
- [21] 陈湘亮, 王永和, 周天应, 等. 泥质粉砂岩物理改良土路基长期动力稳定性分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(9): 3619-3624.
- CHEN X L, WANG Y H, ZHOU T Y, et al. Long-term dynamic stability analysis on argillaceous siltstone physical improved soil subgrade of high-speed railway [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2012, 43(9): 3619-3624. (in Chinese)
- [22] 赵明华, 刘晓明, 苏永华. 含崩解软岩红层材料路用工程特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(6): 667-671.
- ZHAO M H, LIU X M, SU Y H. Experimental studies on engineering properties of red bed material containing slaking rock [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(6): 667-671. (in Chinese)
- [23] 廖常川, 刘新喜, 周群. 高速公路炭质页(泥)岩路堤变形特性研究[J]. 西部交通科技, 2011(5): 37-41.
- LIAO C C, LIU X X, ZHOU Q. The study on deformation property of carbon shale slope in highway [J]. Western China Communications Science & Technology, 2011(5): 37-41. (in Chinese)
- [24] 赵丽娜. 泥质软岩弃渣填筑路堤沉降分析[J]. 山东交通科技, 2021(6): 96-97.
- ZHAO L N. Settlement analysis of embankment filled with muddy soft rock spoil [J]. Shandong Transportation Science and Technology, 2021(6): 96-97. (in Chinese)
- [25] 鞠兴华. 高速公路泥质软岩路堤沉降特性研究[D]. 西安: 长安大学, 2019.
- JU X H. Study on settlement characteristics of muddy soft rock embankment of expressway [D]. Xi'an: Chang'an University, 2019. (in Chinese)
- [26] 杨梁. 衡桂高速红砂岩路基填筑技术及沉降变形研究[D]. 长沙: 长沙理工大学, 2013.
- YANG L. Study on filling technology and settlement deformation of red sandstone subgrade in Henggui expressway [D]. Changsha: Changsha University of Science & Technology, 2013. (in Chinese)
- [27] 张哲. 桀小高速公路变质软岩路堤沉降分析及工后沉降预测 [D]. 西安: 长安大学, 2010.

- ZHANG Z. Settlement analysis and post-construction settlement prediction of metamorphic soft rock embankment in Zhaxiao Expressway [D]. Xi'an: Chang'an University, 2010. (in Chinese)
- [28] 冯忠居,曹文海. 软弱地基上高填方路堤沉降观测及数值分析[J]. 兰州理工大学学报,2013,39(2):126-129.
- FENG Z J, CAO W H. Observation and numerical analysis of settlement of high filled embankment on soft subgrade [J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2013, 39(2): 126-129. (in Chinese)
- [29] 杨凌云. 秦岭山区风化变质软岩作为高速公路路堤填料的研究及应用[D]. 西安:长安大学,2011.
- YANG L Y. Research and application of weathered and metamorphic soft rock as expressway embankment filler in Qinling Mountain area [D]. Xi'an: Chang'an University, 2011. (in Chinese)
- [30] 卿三惠. 红层软岩地区高速铁路软基路堤沉降控制研究[D]. 成都:成都理工大学,2007.
- QING S H. Study on settlement control of soft foundation embankment of high-speed railway in red bed soft rock area [D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2007. (in Chinese)
- [31] 郑良飞. 恩施地区软岩填料的路用性能研究[D]. 西安:长安大学, 2008.
- ZHENG L F. Study on road performance of soft rock filler in Enshi area [D]. Xi'an: Chang'an University, 2008. (in Chinese)
- [32] 袁伟. 软岩填料在高速铁路中的适用性分析与沉降研究[D]. 长沙:中南大学, 2009.
- YUAN W. Applicability analysis and settlement study of soft rock filler in high-speed railway [D]. Changsha: Central South University, 2009. (in Chinese)
- [33] 曹周阳. 秦巴山区变质软岩路堤填料路用性能及振动压实工艺研究[D]. 西安: 长安大学, 2013.
- CAO Z Y. Study on road performance and vibration compaction technology of metamorphic soft rock embankment filler in Qinba Mountain area [D]. Xi'an: Chang'an University, 2013. (in Chinese)
- [34] 王意明. 炭质页岩路堤沉降特性及填筑技术研究[D]. 长沙:长沙理工大学,2011.
- WANG Y M. Study on settlement characteristics and filling technology of carbonaceous shale embankment [D]. Changsha: Changsha University of Science & Technology, 2011. (in Chinese)
- [35] 赵众爱,张莎莎,杨晓华. 成武高速公路泥岩弃渣填筑路基施工方法及其稳定性分析[J]. 公路,2014,59(9):48-51.
- ZHAO Z A, ZHANG S S, YANG X H. Analysis on the construction method of mudstone waste slag for subgrade filler and its stability for Chengxian-Wudu expressway [J]. Highway, 2014, 59(9): 48-51. (in Chinese)
- [36] REN Y Y, WANG J. Analysis of settling character and prediction result of the red sandstone dynamic compaction embankment [J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 587/588/589: 1084-1090.
- [37] CERQUEIRA V, TORGÓ L, MOZETIČ I. Evaluating time series forecasting models: an empirical study on performance estimation methods [J]. Machine Learning, 2020, 109(11):1997-2028.