

基于概率密度演化的隔震曲线梁桥动力可靠度分析

李喜梅^{1,2†}, 范朋辉¹, 李万润^{1,2}

(1. 兰州理工大学 西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心, 甘肃 兰州 730050;

2. 兰州理工大学 防震减灾研究所, 甘肃 兰州 730050)

摘要:针对当前研究隔震曲线梁桥地震可靠度时无法充分考虑地震动随机性和多维性的现状,从全概率角度出发,系统研究了隔震曲线梁桥在多维随机地震作用下的抗震性能.建立双质点六自由度隔震曲线梁桥简化模型并推导其非线性运动方程,通过引入工程地震动加速度功率谱随机模型,采用谱表示-随机函数法生成符合同一集合系统的多维非平稳地震动时程样本,将该样本作为输入隔震曲线梁桥的随机激励.采用四阶龙格-库塔法求解得到隔震曲线梁桥结构的动力时程数据,利用TVD差分格式求解其广义概率密度演化方程来量化地震持时内结构动力响应的概率信息,然后构造极值随机过程得到隔震曲线梁桥下部结构和隔震层的位移极值分布函数和系统可靠度.结果表明:考虑非平稳随机地震激励的多维性会放大隔震曲线梁桥结构的动力响应;概率密度演化法求解隔震曲线梁桥这类强非线性结构的动力响应表现优越;通过调整隔震曲线梁桥桥面宽度和曲率半径的合理取值,能够提升隔震曲线梁桥的抗震性能.

关键词:概率密度演化法;谱表示-随机函数法;多维非平稳激励;动力可靠度;隔震曲线梁桥

中图分类号:TU352.1

文献标志码:A

Dynamic Reliability Analysis of Seismic-isolated Curve Girder Bridges Based on Probability Density Evolution

LI Ximei^{1,2†}, FAN Penghui¹, LI Wanrun^{1,2}

(1. Western Engineering Research Center of Disaster Mitigation in Civil Engineering,

Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;

2. Institute of Earthquake Protection and Disaster Mitigation, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: In response to the current situation where the seismic reliability of seismic-isolated curved girder bridges cannot fully consider the randomness and multidimensionality of seismic motion, this paper systematically studies the seismic performance of seismic-isolated curved girder bridges under multi-dimensional random seismic action from the perspective of full probability. A dual particle, six-degree-of-freedom model of a seismic-isolated curved girder bridge is established and its nonlinear motion equations are derived. By introducing a stochastic model

* 收稿日期:2024-09-30

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52268028), National Natural Science Foundation of China (52268028); 甘肃省国际科技合作基地开放基金资助项目(G II 2023-D02), Gansu International Scientific and Technological Cooperation Base Open Fund Funding Project (G II 2023-D02)

作者简介:李喜梅(1979—),女,甘肃兰州人,兰州理工大学副教授,博士

† 通信联系人, E-mail: mei611@163.com

of the engineering seismic acceleration power spectrum, the spectral representation seismic-isolated random function method is used to generate multidimensional non-stationary vibration time history samples that conform to the same set system. The seismic acceleration time history samples are used as the random excitation input for the seismic-isolated curved girder bridge. The fourth-order Runge-Kutta method is used to obtain the dynamic time history data of the seismic-isolated curved girder bridge structure, and the TVD difference scheme is used to solve its generalized probability density evolution equation to quantify the probability information of the structural dynamic response during earthquake duration. Then, an extreme value stochastic process is constructed to obtain the displacement extreme value distribution functions and system reliability of the lower structure and isolation layer of the seismic-isolated curved girder bridge. The results indicate that considering the multidimensionality of non-stationary random seismic excitation amplifies the dynamic response of seismic-isolated curved girder bridge structures. The probability density evolution method shows superior performance in solving strongly nonlinear structural systems such as seismic-isolated curved girder bridges. By adjusting the reasonable values of the bridge deck width and curvature radius of the seismic-isolated curved girder bridge, the seismic performance of the seismic-isolated curved girder bridge can be improved.

Key words: probability density evolution method; spectral representation-random function method; multidimensional non-stationary excitation; dynamic reliability; seismic-isolated curve girder bridge

目前的抗震设计规范一般使用确定性动力时程分析来评估结构的抗震性能. 然而, 研究表明地震激励具有显著的随机性, 且其经地面传播时表现出复杂的特性. 具体表现为: 地震不仅在平动方向上对结构产生作用, 还会在转动方向上引发结构的扭转振动. 对于工程中一般的规则性结构, 仅考虑水平两个方向的地震作用进行分析是可行的, 但对于非规则结构, 由于其质量、刚度中心不重合导致结构在地震作用下表现出复杂的振动状态. 因此, 在设计这类非规则结构时必须考虑地震激励的多维性, 通过考虑地震激励的多维非平稳特性, 能够更准确地捕捉到地震对结构产生的复杂影响, 从而为结构设计和工程实践提供更加可靠的依据^[1].

隔震曲线梁桥作为一种在城市道路交叉系统中广泛应用的特殊桥型, 其设计和抗震性能引起了广泛关注. 然而, 曲线梁桥本身作为一种强非线性的非规则工程结构, 在多维非平稳激励下表现出复杂的动态行为. 因此, 有必要对隔震曲线梁桥进行更深入的分析. Gupta 等^[2]通过考虑近、远场地震动特性, 研究了地震动输入角度和铅芯橡胶支座参数对隔震曲线梁桥抗震性能的影响. 陈彦江等^[3]通过随机振动分析揭示了地震动空间效应对曲线梁桥响应的显著影响. 李喜梅等^[4]采用虚拟激励法研究了隔震曲线梁桥在受控作用下的力学行为, 结果表明序列状态

最优控制算法相较于经典最优控制算法的控制效果更好. Zhao 等^[5]采用绝对位移法和虚拟激励法对曲线梁桥进行抗震分析, 综合考虑了平稳和非平稳地震激励以及地震动空间效应对曲线梁桥动力响应的影响. 然而, 以上研究大多采用了确定性方法进行曲线梁桥的抗震分析, 而在使用随机振动分析时, 受困于只能得到结构响应的时变方差, 难以全面反映隔震曲线梁桥在随机激励下的力学性能.

21 世纪初, Li^[6]提出概率密度演化方法 (probability density evolution method, PDEM) 能够有效处理系统中的不确定性, 并提供可靠的结果, 特别是在复杂的动力学行为分析中, 通过跟踪概率密度函数的演化来捕捉系统响应的统计特性, 从而提高分析的准确性. Wan 等^[7]在此理论的基础进行改进, 提出一种适用于随机地震作用下结构动力可靠度分析的新方法, 相较于以往方法^[8-9], 该方法能够避免因对跨越事件性质假设的限制, 导致分析精度不足的问题. 目前, 国内外学者已经成功将概率密度演化方法应用于实际工程中, 通过构造极值虚拟随机过程, 对结构的动力性能^[10-13]进行分析. 但对于隔震曲线梁桥这类强非线性结构, 因其结构形式不规则, 且在多维非平稳地震动作用下结构动态响应复杂, 如何合理评估曲线梁桥系统的可靠性仍是一个具有挑战性的问题.

综上,本文通过建立双质点六自由度隔震曲线梁桥弹塑性分析模型.以8度设防烈度的隔震曲线梁桥为例,利用谱表示-随机函数法理论,分别使用Clough-Penzien功率谱模型和转动功率谱模型,生成水平分量和扭转分量地震动时程样本,将其作为多维非平稳随机激励,输入到隔震曲线梁桥模型并采用四阶龙格-库塔法求解时程样本非线性动力方程得到结构随机动力响应.随后,运用概率密度演化方法获取隔震曲线梁桥位移极值分布的概率信息和系统可靠度指标.

1 隔震曲线梁桥非线性动力方程

1.1 曲线梁桥简化模型

目前关于隔震曲线梁桥的简化方法主要有两种:一种是根据隔震梁桥的刚度和质量特性,将其简化为双质点双自由度的简化模型^[14],该方法对一般的规则性隔震曲线梁桥在计算精度上符合要求,但无法满足形式不规则的隔震曲线梁桥精度需求;在此基础上,文献[15]提出了一种双质点六自由度简化模型,用于隔震曲线梁桥分析,并验证了该模型的准确性和精度.因此,本文采用双质点六自由度隔震曲线梁桥简化模型进行确定性动力时程分析,简化模型如图1所示.

图1中, m_1 、 m_2 分别为隔震曲线梁桥的上部结构和下部结构的质量系统,其特性为:每个质量质点都包含 x 、 y 自由度和围绕质量中心轴扭转的 θ 自由度; k 、 c 分别为结构的刚度和阻尼.且该简化模型的上、下部结构为非同轴质量偏心结构的分析模型.

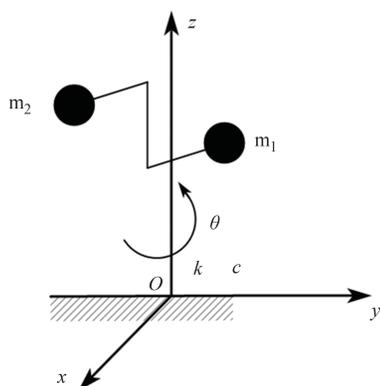


图1 曲线梁桥简化示意图

Fig.1 Simplified schematic diagram of curved girder bridge

1.2 非线性运动方程的建立

根据隔震曲线梁桥简化模型定义,其上部结构与下部结构分别视为不同的层.则曲线梁桥的动力

方程可由式(1)表达:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + F_s(U, \dot{U}) = -ME\ddot{U}_g \quad (1)$$

式中: M 、 C 和 E 分别为曲线梁桥模型的质量矩阵、阻尼矩阵和地震作用影响矩阵; \ddot{U} 、 \dot{U} 和 U 分别为各质点的加速度、速度和位移; 地震激励 \ddot{U}_g 在本文的研究中有两个,即仅考虑水平分量时 $\ddot{U}_g = \{\ddot{U}_{xg}, \ddot{U}_{yg}, 0\}^T$, 多维输入(考虑扭转分量)时 $\ddot{U}_g = \{\ddot{U}_{xg}, \ddot{U}_{yg}, \ddot{U}_{\theta g}\}^T$; $F_s(U, \dot{U})$ 为隔震曲线梁桥的滞回恢复力,用经典的Bouc-Wen模型模拟结构非线性,即:

$$F_s(U, \dot{U}) = K_e U + K_h v \quad (2)$$

$$v = \begin{cases} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \end{cases} = \begin{cases} \dot{v}_{xi} \\ \dot{v}_{yi} \end{cases} = \begin{cases} A_i \dot{u}_{xi} - \beta_i |\dot{u}_{xi}| |v_{xi}|^{\mu_i - 1} v_{xi} \\ -\gamma_i \dot{u}_{xi} |v_{xi}|^{\mu_i} \\ A_i \dot{u}_{yi} - \beta_i |\dot{u}_{yi}| |v_{yi}|^{\mu_i - 1} v_{yi} \\ -\gamma_i \dot{u}_{yi} |v_{yi}|^{\mu_i} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $U = \{x, y, \theta\}^T = \{x_i, y_i, \theta_i\}^T$; K_e 、 K_h 分别表示结构非线性的弹、塑性刚度矩阵.

隔震曲线梁桥下部结构和隔震层的 Bouc-Wen 模型参数见文献[16].

确定隔震曲线梁桥结构的 Bouc-Wen 模型参数后,隔震曲线梁桥的等效线性化方程可以写为:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + K_e U + K_h v = -ME\ddot{U}_g \quad (4)$$

$$\dot{v} = C_{eq} \dot{U} + K_{eq} v \quad (5)$$

式中: C_{eq} 、 K_{eq} 分别为等效阻尼矩阵和等效刚度矩阵.

$$\text{质量矩阵 } M = \begin{bmatrix} M_x & & \\ & M_y & \\ & & J \end{bmatrix}$$

式中: $M_x = M_y = \begin{bmatrix} m_1 & \\ & m_2 \end{bmatrix}$; J 为结构的转动惯量矩阵.

$$\text{弹性刚度矩阵 } K_e = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & K_{x\theta} \\ 0 & \sqrt{K_{yy}} & K_{y\theta} \\ K_{\theta x} & K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix}, \text{ 其中 } K_{xx}$$

K_{yy} 分别为结构在 x 、 y 向的弹性平动刚度.

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} \alpha_1 K_{x1} + \alpha_2 K_{x2} & -\alpha_2 K_{x2} \\ -\alpha_2 K_{x2} & \alpha_2 K_{x2} \end{bmatrix},$$

$$K_{xi} = \sum_{r=1}^l k_{xri}, \quad K_{yi} = \sum_{r=1}^l k_{yri}$$

$K_{x\theta}$ 、 $K_{y\theta}$ 分别为结构在 x 、 y 向的弹性平扭刚度矩阵, $K_{\theta\theta}$ 为扭转刚度矩阵.

$$K_{x\theta} = \begin{bmatrix} K_{x\theta11} & K_{x\theta12} \\ K_{x\theta21} & K_{x\theta22} \end{bmatrix}, \quad K_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} K_{\theta\theta11} & K_{\theta\theta12} \\ K_{\theta\theta21} & K_{\theta\theta22} \end{bmatrix},$$

$$K_{\theta x} = K_{x\theta}^T, \quad K_{\theta y} = K_{y\theta}^T$$

塑性刚度矩阵 $\mathbf{K}_h = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xh} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{yh} \\ \mathbf{K}_{\theta xh} & \mathbf{K}_{\theta yh} \end{bmatrix}$, 其中 \mathbf{K}_{xh} 、 \mathbf{K}_{yh} 分

别为结构在 x 、 y 向塑性平动刚度矩阵, $\mathbf{K}_{\theta xh}$ 、 $\mathbf{K}_{\theta yh}$ 分别为 x 、 y 向塑性平扭刚度矩阵。

$$\mathbf{K}_{xh} = \begin{bmatrix} (1 - \alpha_1)K_{x1} & -(1 - \alpha_2)K_{x2} \\ 0 & (1 - \alpha_2)K_{x2} \end{bmatrix}$$

\mathbf{K}_{yh} 、 $\mathbf{K}_{\theta xh}$ 、 $\mathbf{K}_{\theta yh}$ 的计算与 \mathbf{K}_{xh} 完全一致, 只是将其替换为该方向的刚度计算矩阵即可。

阻尼矩阵 \mathbf{C} 用分区瑞利阻尼, 有:

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_0 + \mathbf{C}_r, \quad \mathbf{C}_0 = \alpha_s \mathbf{M} + \beta_s \mathbf{K}_e$$

$$\mathbf{C}_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{b,xx} & 0 & 0 & 0 & C_{b,x\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{b,yy} & 0 & C_{b,y\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{b,\theta x} & 0 & C_{b,\theta y} & 0 & C_{b,\theta\theta} \end{bmatrix}$$

式中: \mathbf{C}_0 为经典瑞利阻尼矩阵; \mathbf{C}_r 为非比例阻尼的余项阻尼矩阵. α_s 、 β_s 为结构瑞利阻尼的比例系数, 即:

$$\begin{Bmatrix} \alpha_s \\ \beta_s \end{Bmatrix} = \frac{2\xi_s}{\omega_i + \omega_j} \begin{Bmatrix} \omega_i \omega_j \\ 1 \end{Bmatrix}$$

式中: ξ_s 为结构的阻尼比; ω_i 、 ω_j 分别为结构第 i 、 j 阶圆频率。

地震作用影响矩阵 $\mathbf{E} = [\mathbf{I}_x, \mathbf{I}_y, \mathbf{I}_\theta]$, 其中

$$\mathbf{I}_x = [1_{2 \times 1}, 0_{2 \times 1}, 0_{2 \times 1}]^T$$

$$\mathbf{I}_y = [0_{2 \times 1}, 1_{2 \times 1}, 0_{2 \times 1}]^T$$

$$\mathbf{I}_\theta = [0_{2 \times 1}, 0_{2 \times 1}, 1_{2 \times 1}]^T$$

等效阻尼矩阵和等效刚度矩阵可表示为:

$$\mathbf{C}_{eq} = \begin{bmatrix} c_{eq1} & & & & 0 \\ -c_{eq2} & c_{eq2} & & & \\ & & \ddots & & \\ 0 & & & -c_{eq6} & c_{eq6} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{eq} = \begin{bmatrix} k_{eq1} & & & & 0 \\ & k_{eq2} & & & \\ & & \ddots & & \\ 0 & & & & k_{eq6} \end{bmatrix}$$

观察式(4)、式(5), 将其转化为状态空间表达式:

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{A}_x \mathbf{Z} + \mathbf{F}(t) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{Z} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \dot{\mathbf{U}} \\ \mathbf{v} \end{Bmatrix}$, $\mathbf{F}(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\mathbf{E}\ddot{\mathbf{U}}_s \\ 0 \end{Bmatrix}$;

$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_e & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_z \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{eq} & \mathbf{K}_{eq} \end{bmatrix}$, $\mathbf{0}$ 为零矩阵, \mathbf{I} 为单位矩阵。

隔震曲线梁桥结构的响应可通过四阶龙格-库塔法迭代求解式(6)得到。

2 PDEM 方程和可靠度理论

多自由度非线性桥梁结构随机动力系统^[17]可表示为:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{G}(\boldsymbol{\Theta}, \mathbf{X}, t) \quad (7)$$

式中: \mathbf{X} 为感兴趣的动力响应, 在本文表示位移; $\boldsymbol{\Theta}$ 为基本随机变量, 将 $p_{x\theta}(x, \theta, t)$ 表示为 $(\mathbf{X}, \boldsymbol{\Theta})$ 的联合概率密度函数, 则有:

$$\frac{\partial p_{x\theta}(x, \theta, t)}{\partial t} + \dot{\mathbf{X}}(\theta, t) \frac{\partial p_{x\theta}(x, \theta, t)}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

采用总变差递减(total variation diminishing, TVD)差分格式^[18]对式(8)进行求解并求积分获得 \mathbf{X} 的概率密度函数:

$$p_X(x, t) = \int_{\Omega_\theta} p_{x\theta}(x, \theta, t) d\theta \quad (9)$$

式中: Ω_θ 为 $\boldsymbol{\Theta}$ 的分布区域, 在求解 PDEM 方程时求解步长满足偏微分方程数值解法的重要准则(Courant-Friedrichs-Lewy, CFL)条件。

对于一般的隔震曲线梁桥, 通常认为其下部结构或隔震层在地震持时内的位移超过弹塑性位移界限, 就判定结构失效, 因此, 隔震曲线梁桥结构的极限状态方程可表示为:

$$\Delta u \leq [u] \begin{cases} = [\theta_p]h, \text{下部结构} \\ = \min[0.55D_{\min}, 3t_{r,\min}], \text{隔震层} \end{cases} \quad (10)$$

式中: Δu 为桥梁下部结构或隔震层在地震作用下的位移; $[u]$ 为结构在地震作用下最大的弹塑性位移限值; $[\theta_p]$ 为层间位移角界限; h 为桥墩高度; D_{\min} 和 $3t_{r,\min}$ 分别对应隔震支座的最小直径和最小直径支座的橡胶层厚度。

隔震曲线梁桥结构的动力可靠度可以根据首次超越准则表示为 $P\{\cdot\}$, 即:

$$R = P\{X(t) \in \Omega_s, t \in [0, T]\} \quad (11)$$

在双边失效界限下, 式(11)可改写为:

$$R = P\{X_a \leq x_b\} \quad (12)$$

式中: X_a 表示结构的位移响应在地震持时 $[0, T]$ 内的绝对极大值; x_b 为位移容许值。

$$X_a = \max_{0 \leq t \leq T} |X(t)| = W(\Theta, T) \quad (13)$$

若已知 X_a 的概率密度函数 $p_{X_a}(x_a)$, 则结构的动力可靠度为:

$$R = \int_0^{x_b} p_{X_a}(x_a) dx_a \quad (14)$$

构造虚拟随机过程 $Z(\tau)$, 其中, τ 为虚拟时间参数, 当 $\tau = 1$ 时, X_a 可表示为:

$$X_a = Z(\tau) \cdot \tau = W(\Theta, T) \cdot \tau = Z(\tau)|_{\tau=1} \quad (15)$$

则 (Z, Θ) 的联合概率密度函数 $p_{Z\Theta}(z, \theta, \tau)$ 满足:

$$\frac{p_{Z\Theta}(z, \theta, \tau)}{\partial \tau} + W(\Theta, t) \frac{\partial p_{Z\Theta}(z, \theta, \tau)}{\partial z} = 0 \quad (16)$$

初始条件为:

$$p_{Z\Theta}(z, \theta, \tau)|_{\tau=0} = \delta(z) p_{\Theta}(\theta) \quad (17)$$

求解偏微分方程式(16)与式(17)即可获得联合概率密度函数 $p_{Z\Theta}(z, \theta, \tau)$, 进一步给出 $Z(\tau)$ 的概率密度函数:

$$p_z(z, \tau) = \int_{\Omega_{\theta}} p_{Z\Theta}(z, \theta, \tau) d\theta \quad (18)$$

由式(11)可知:

$$p_{X_a}(x_a) = p_z(z, \tau) \Big|_{z=x_a, \tau=1} \quad (19)$$

将式(18)代入式(14), 即可求出隔震曲线梁桥结构的可靠度 R :

$$R = \int_0^{x_b} p_z(z, \tau=1) dz \quad (20)$$

3 多维非平稳地震动模拟

根据求解 PDEM 方程的数值步骤, 首先需要得到非平稳地震动时程样本. 本文选取 Clough-Penzien 模型作为水平分量的功率谱模型来生成非平稳地震动时程样本, 随机模型表达式为:

$$S(\omega) = \frac{1 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2}{\left[1 - (\omega/\omega_g)^2\right]^2 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2} \cdot \frac{(\omega/\omega_f)^4}{\left[1 - (\omega/\omega_f)^2\right]^2 + 4\xi_f^2(\omega/\omega_f)^2} S_0 \quad (21)$$

式中: ω_g 和 ξ_g 分别为地震激励的固有频率与阻尼比; S_0 为功率谱密度; ξ_f 和 ω_f 两参数可以调整地震动低频能量的变化, 取 $\xi_f = \xi_g$.

地震加速度峰值 $0.4g$ 下功率谱密度 $S_0 = 2.1774 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}^3$, 其中, 取地震烈度为 8 度, 设计地震分组为第二组, 场地类别为 II 类, 则式(21)的功率谱模型参数为^[19] $\omega_g = 15.71$, $\omega_f = 0.15\omega_g$, $\xi_f = \xi_g = 0.72$.

在扭转分量输入转动功率谱数学模型, 表达式为:

$$S_R(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega^2 + \gamma^2} \cdot \frac{1 + 4\xi_{g1}^2(\omega/\omega_{g1})^2}{\left[1 - (\omega/\omega_{g1})^2\right]^2 + 4\xi_{g1}^2(\omega/\omega_{g1})^2} \cdot \frac{1 + 4\xi_{g2}^2(\omega/\omega_{g2})^2}{\left[1 - (\omega/\omega_{g2})^2\right]^2 + 4\xi_{g2}^2(\omega/\omega_{g2})^2} S_0 \quad (22)$$

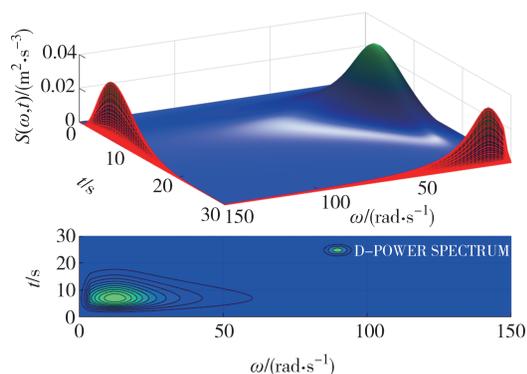
式中: γ 为频率调整系数; 可以调整不同频率的功率谱密度 S_0 , 其余参数含义与式(21)相同, 具体参数取值参考文献[20].

非平稳随机地震动模型的调制函数 $g(t)$ 取为:

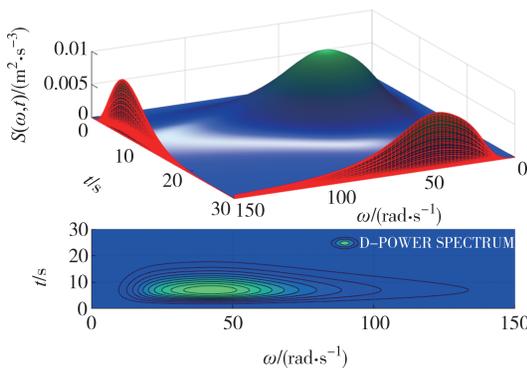
$$g(t) = \left[\frac{t}{c} \exp\left(1 - \frac{t}{c}\right) \right]^d \quad (23)$$

式中: c 为地震动加速度峰值到达时间, d 为非平稳调控因子, 本文取 $c=7 \text{ s}$, $d=2$; 地震动持时 $t=30 \text{ s}$.

水平分量和扭转分量的演变功率谱模型如图 2 所示. 图 2 显示了三维功率谱在时域和频域的变化趋势, 从频域投影可以看到, 不同维度的输入端功率谱存在显著差异, 其中水平方向的激励偏向于低频, 而扭转方向的激励则偏向于高频.



(a) 水平分量 EPSD 矩阵



(b) 扭转分量 EPSD 矩阵

图 2 水平谱和扭转谱 EPSD 矩阵

Fig.2 Horizontal and twisted spectrum EPSD matrix

为了从演化功率谱中获取多维非平稳地震动加速度时程样本,本文基于谱表示-随机函数法^[21]理论来生成符合同一集合系统的代表性地震动样本时程,并对每条样本时程赋得相应的概率来确保整个样本集合的概率和为 1. 在本文的模型中,水平分量和扭转分量的非平稳地震动加速度时程各由 600 个样本组成,如图 3 所示,其中 H 代表水平分量,R 代表扭转分量,地震动的加速度峰值取决于功率谱模型参数. 图 4 反映了生成的非平稳地震动在时域内的统计信息,其中均值和标准差与目标值的最大误差均未超过 4%,这一结果验证了所使用方法在模拟非平稳地震动时程样本上的准确性.

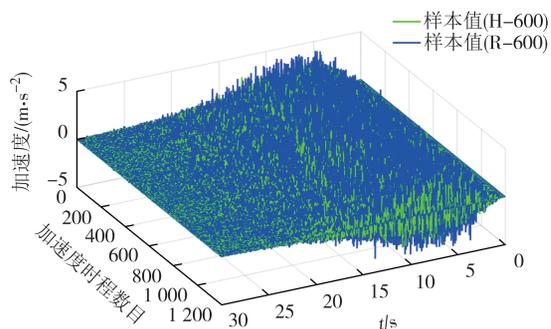
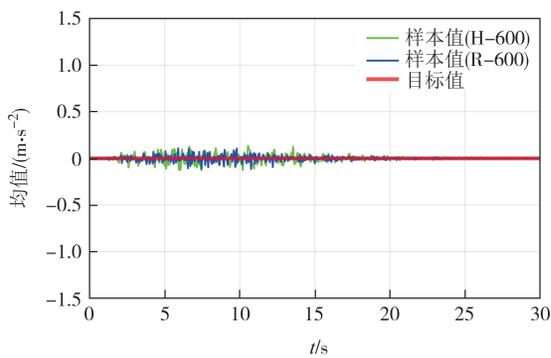
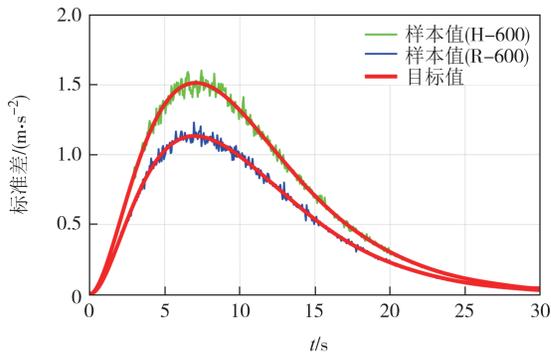


图 3 多维非平稳地震动时程样本

Fig.3 Multi-dimensional non-stationary vibration time history sample



(a) 样本时程均值



(b) 样本时程标准差

图 4 地震动样本集合与目标值的比较

Fig.4 Comparison between seismic sample set and target value

4 算例分析

4.1 工程概况

某西北地区一联三跨 60 m 圆曲线连续梁桥, 曲率半径 $R=50$ m, 圆心角 $\alpha=69^\circ$. 上部结构为单箱单室箱梁, 桥面宽度 6 m, 下部结构采用直径 1.6 m、高度 7 m 的圆柱形桥墩, 每个墩顶分别布置一个直径为 50 mm 的铅芯橡胶支座, 隔震层的水平阻尼比 $\xi_b=0.15$.

隔震曲线梁桥平面布置图见图 5, 隔震曲线梁桥上、下部结构参数见表 1.

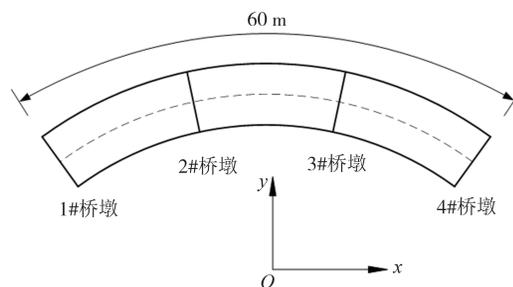


图 5 桥梁平面布置图

Fig.5 Bridge layout plan

表 1 模型计算参数

Tab.1 Model calculation parameters

参数	m_1	m_2
质量/kg	144 681.6	839 265
转动惯量/($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)	5.85×10^6	2.49×10^8
侧移刚度($K_{xi}=K_{yi}$)/($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$)	105 844 000	32 056 000
质心坐标/m	(0, -2.019)	(0, 0)
刚心坐标/m	(0, -2.019)	(0, -2.019)
α_i	0.05	0.05
A_i	1	1
β_i	1 104	0.5
γ_i	-368	0.5
μ_i	2	2

4.2 多维随机动力响应对比分析

为了全面分析地震动的多维性对隔震曲线梁桥动力性能的影响, 本文假定生成的非平稳地震动时程样本输入角度 $\theta=45^\circ$, 水平分量按照 1:1 输入地震动. 随后, 将考虑和未考虑扭转分量的非平稳地震动样本分别输入到隔震曲线梁桥进行动力时程分析, 然后通过时变方差来判断下部结构和隔震层位移响应的离散程度, 结果如图 6 所示.

图 6 中 H 表示仅输入水平分量非平稳地震动, H+R 表示输入多维非平稳地震动, 从图中可以看出,

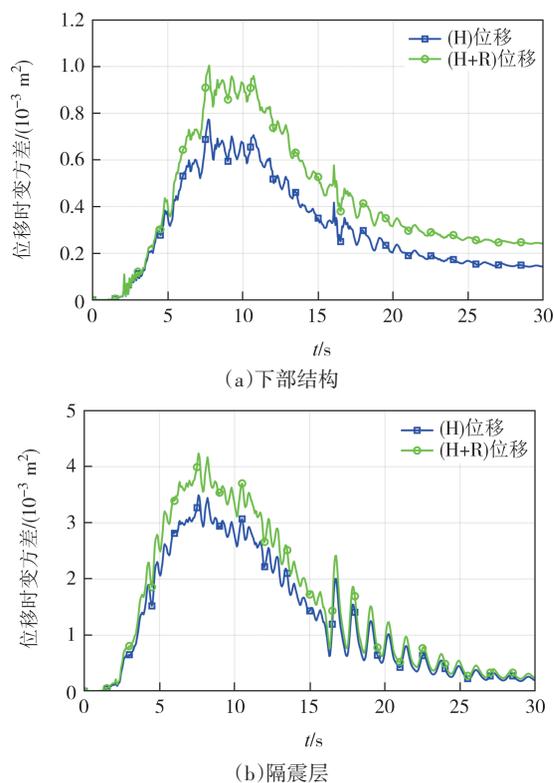


图6 隔震曲线梁桥结构位移时变方差对比

Fig.6 Comparison of time-varying variance of displacement in seismic-isolated curve girder bridge structure

在两种不同的地震输入方式下,隔震曲线梁桥下部结构和隔震层在地震持时内的位移方差变化趋势基本一致,这种趋势在5~10 s内达到顶峰,并且在地震发生15 s后,下部结构位移方差稳步下降,而隔震层在这个时间段内出现了复杂的振动状态,随着时间推移位移方差振幅增大,但整体趋势在下降.此外,当考虑多维非平稳地震动时,无论是下部结构还是隔震层的位移时变方差都显著增大.具体而言,下部结构增大了41.4%(0.000 28 m²),隔震层增大了19.5%(0.000 728 m²).

比较两种维度的地震输入所得到的计算结果可以看到,在多维非平稳地震动作用下会放大隔震曲线梁桥结构的动力响应,这意味着对于隔震曲线梁桥这类不规则结构,仅考虑水平方向的地震作用得到的计算结果是偏于保守的.因此,为了准确评估多维随机地震动作用下隔震曲线梁桥复杂的抗震性能,本文采用概率密度演化方法进一步研究.

4.3 概率密度演化验证与分析

通过一系列确定性动力时程分析求得隔震曲线梁桥的位移及其对应的速度响应数据后,就可以通过求解广义PDEM方程来量化整个时域内结构动力响应的概率信息.在此之前,需要验证概率密度演化

方法在本文模型上的准确性,本文采用蒙特卡洛模拟(MCS模拟10⁴次)法同样进行了曲线梁桥的动力分析.将两种方法得到的曲线梁桥下部结构和隔震层位移时程响应的均值及标准差作为对比指标,结果如图7所示.

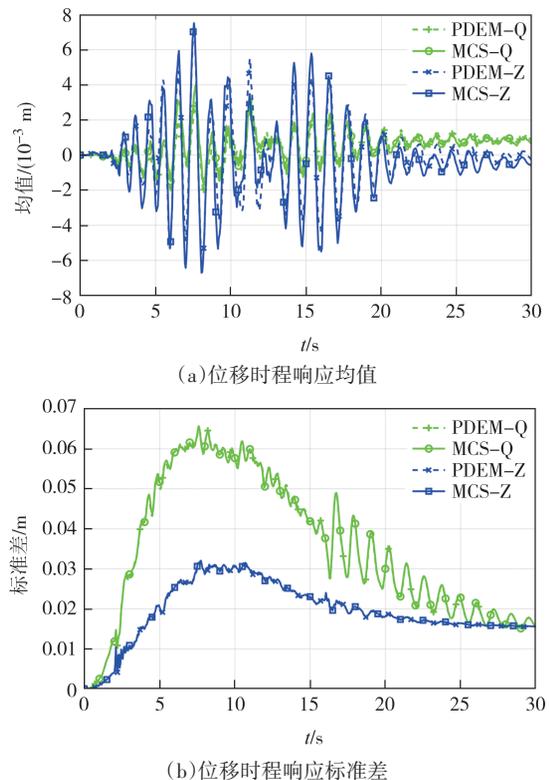


图7 PDEM验证均值和标准差

Fig.7 PDEM validation mean and standard deviation

图7中Q代表下部结构,Z代表隔震层,从图中可以看出,无论是下部结构还是隔震层,其均值和标准差通过两种方法计算的结果非常接近(误差不超过5.48%),这一结果验证了概率密度演化方法在多自由度非线性隔震曲线梁桥结构上的适用性.通过观察隔震曲线梁桥构件的位移响应标准差发现,隔震曲线梁桥结构在地震结束时的残余位移较明显,这是因为引入非线性后结构在地震作用下产生较大变形,导致其无法完全恢复到初始状态.

为了研究当引入地震动的多维性后隔震曲线梁桥自身参数对其动力响应和可靠度的影响,本文设置如下工况:不同桥面宽度(B 由6 m连续变化至16 m,取值间隔2 m,其他因素下 B 取6 m);不同曲率半径(R 取30、50、70、90、110和130 m,其他因素下 R 取50 m).本文以下部结构和隔震层为研究对象,根据概率密度演化方法得到罕遇地震作用下隔震曲线梁桥下部结构和隔震层位移概率密度演化曲面.

限于篇幅,本文仅给出桥宽 $B=6\text{ m}$ 、曲率半径为 $R=50\text{ m}$ 条件下, $5\sim 9\text{ s}$ 时段隔震曲线梁桥下部结构和隔震层位移概率密度演化图,如图 8 所示. 图中上半部分展示了随机响应时变概率密度函数的演化曲面,该曲面可以反映出隔震曲线梁桥结构的位移在地震持时内的范围以及数值集中区域. 下半部分则呈现了等概率密度曲线,这些曲线为概率密度函数曲面在位移和时间平面内的投影,可以显示出在地震持时下等位移曲线的演化趋势. 根据概率密度函数(probability density function, PDF)曲面可以发现,隔震曲线梁桥下部结构和隔震层的位移概率密度函数随时间呈高低错峰现象. 根据 $5\sim 9\text{ s}$ 时间段内的等高线可以看到,无论是下部结构还是隔震层在较小位移内出现概率集中现象. 并且图 8 侧面反映出结构在不同时刻下的位移概率密度函数成单峰现象,但无法用严格的正态分布来描述,因此,对隔震曲线梁桥进行随机振动分析时,其结构的位移响应不符合正态分布的假设.

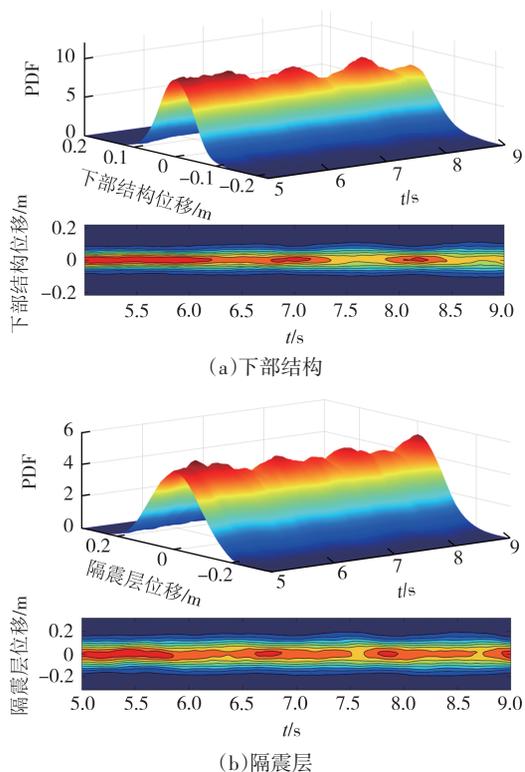


图 8 结构位移概率密度演化曲面

Fig.8 Evolution surface of probability density of structural displacement

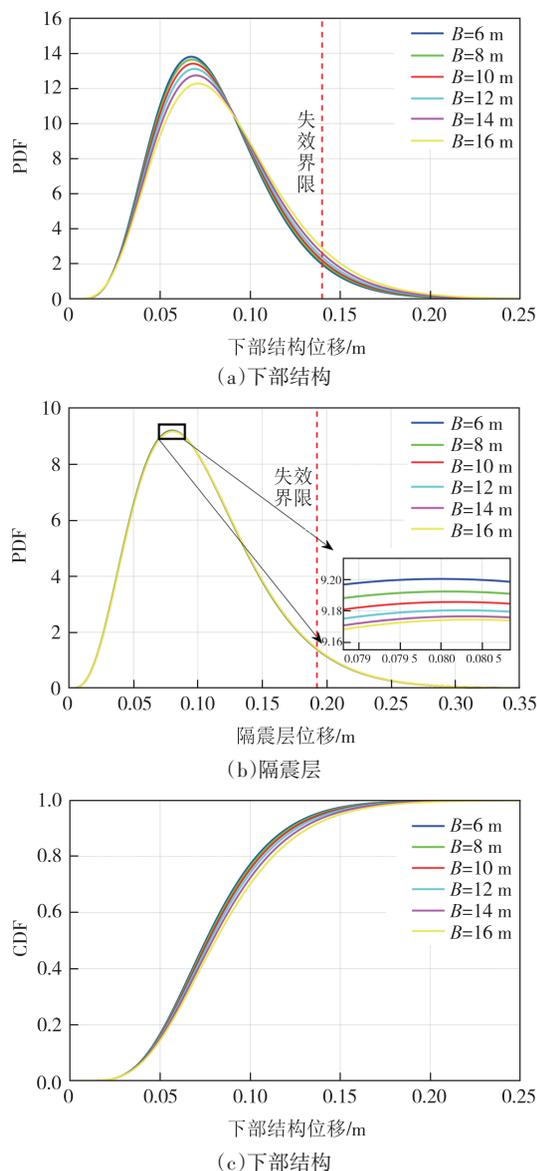
由以上分析可以看出,概率密度演化方法能够准确获取隔震曲线梁桥随机动力响应的全概率信息,随着时间的推移,结构的位移概率密度函数也在

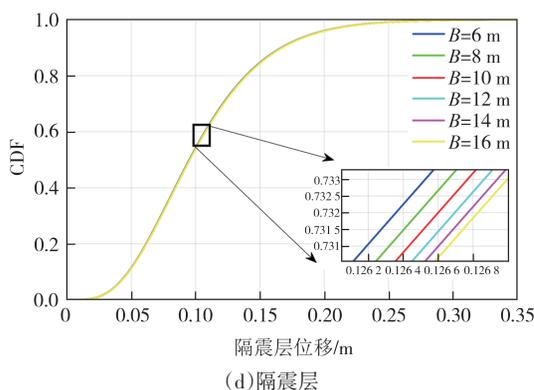
不断演化,且在多维非平稳地震激励下结构的动力响应不服从正态分布. 因此,有必要进一步研究多维非平稳地震动下隔震曲线梁桥的抗震性能.

4.4 隔震曲线梁桥动力可靠度分析

根据概率密度演化方法绘制出不同桥面宽度下隔震层和下部结构的位移响应极值概率密度函数(PDF)和累积分布函数(cumulative distribution function, CDF)曲线,结果如图 9 所示.

从图 9 中可以看到,桥面宽度对下部结构位移影响更为显著,而对隔震层的影响较弱. 随着桥面宽度的增加,下部结构和隔震层的位移极值分布范围逐渐增宽,即出现较大位移的概率逐渐增大. 进一步纵向对比图 9(a)(b)的 PDF 曲线可以看到,下部结构位移极值随桥宽 B 增大而增大的趋势逐渐显著,而隔震层的增大趋势则逐渐减弱,其中,当桥面宽度 $B=6\text{ m}$ 时,





(d) 隔震层

图9 不同桥宽下结构位移极值分布函数

Fig.9 Distribution function of structural displacement extremum under different bridge widths

下部结构和隔震层的位移极值分别为0.067 3 m和0.08 m的概率最大,而 B 增加到16 m时,下部结构和隔震层概率最大的位移极值分别为0.071 2 m和0.080 4 m,相较于 $B=6$ m时,下部结构和隔震层的位移极值分别增大了5.8%和0.5%。

为获得隔震曲线梁桥结构的动力可靠度,本文采用文献[22]中定义的桥墩失效准则计算曲线桥桥墩失效界限,该准则是根据规范(GB/T 50011—2010)^[23]中的层间位移角概念进行提出,因此,本文采用这种方法将下部结构视为一层,位移角限值设定为 $h/50$ (h 为墩高),隔震层的失效域值为 $0.55D_{\min}$ (D_{\min} 为支座的最小直径),则下部结构的位移限值为0.14 m,隔震层的位移限值为0.192 5 m。

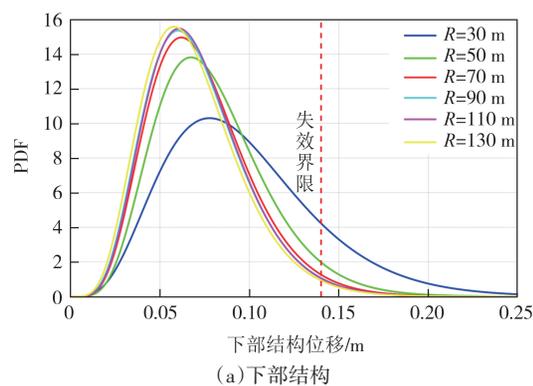
对于隔震曲线梁桥的系统可靠度来说,无论其下部结构和隔震层其中任何一个构件失效,则隔震曲线梁桥就无法正常使用,这种失效模式遵循“单点失效”,因此,按照构件失效模式间的逻辑关系可将隔震曲线梁桥视为串联结构体系^[24-25]。则隔震曲线梁桥在不同桥宽下的整体可靠度指标如表2所示。

表2 不同桥宽下隔震曲线梁桥动力可靠度

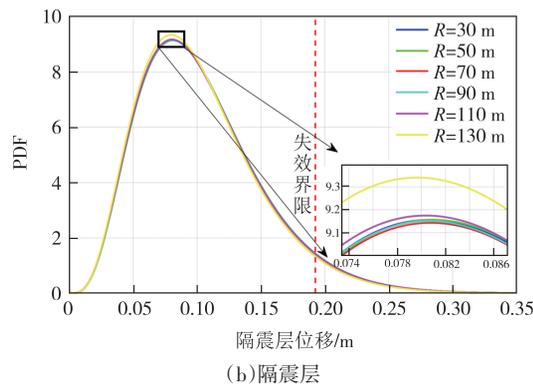
Tab.2 Dynamic reliability of seismic-isolated curve girder bridges with different bridge widths

整体/构件	桥宽 B/m					
	6	8	10	12	14	16
下部结构	0.958 3	0.955 5	0.951 2	0.945 2	0.936 8	0.925 2
隔震层	0.950 8	0.950 5	0.950 3	0.950 1	0.950 0	0.949 9
整体可靠度	0.911 1	0.908 2	0.903 9	0.898 0	0.889 9	0.878 8

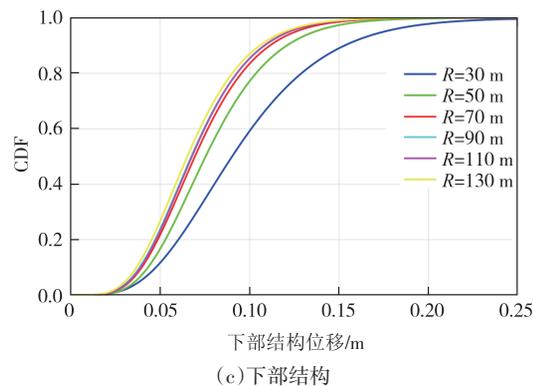
图10为不同曲率半径下部结构和隔震层的位移响应极值概率密度函数和累积分布函数曲线。根据图10(a)可以看到随着曲率半径增大,下部结构的位移极值分布范围逐渐变窄,即在失效界限内的



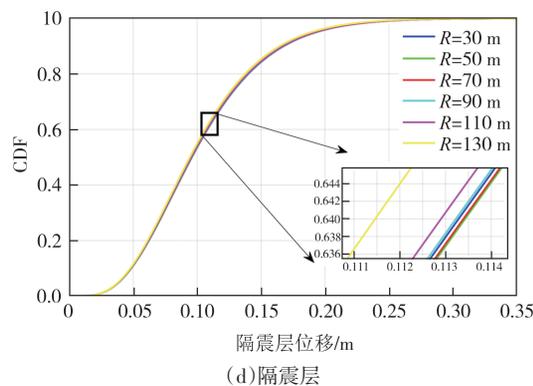
(a) 下部结构



(b) 隔震层



(c) 下部结构



(d) 隔震层

图10 不同曲率半径下结构位移极值分布函数

Fig.10 Extreme displacement distribution function of structures under different curvature radii

位移概率增大,通过纵向对比图10(a)可以看到,曲率半径的取值越大,下部结构位移极值越小,但减小的趋势逐渐变弱,其中,当曲率半径为30 m时,下部结构位移极值概率最大时为0.077 7 m,当曲率半径

大于 20 倍的桥宽时曲线梁桥可视为直线梁桥(曲率半径为 130 m),此时下部结构位移极值在 0.057 8 m 处的概率最大,相较于曲率半径为 30 m 时,下部结构位移极值减小了 25.6%。图 10(b)为隔震层的位移极值概率密度函数图,与下部结构不同,隔震层出现较大位移极值的最大概率并不在曲率半径为 30 m 处,而是当曲率半径为 70 m 时,隔震层位移极值概率最大时为 0.080 8 m,并且在曲率半径超过 90 m 后,隔震层位移极值随着曲率半径的增加而减小,当曲线梁桥可视为直线梁桥时($R=130$ m),此时隔震层位移极值概率最大时为 0.079 6 m,相较于 $R=70$ m,隔震层位移极值减小了 1.5%,因此,隔震层位移极值随着曲率半径的增加呈现先增大后减小的趋势。出现这种结果的原因是隔震层在下部结构和上部结构之间起到连接的作用,隔震层的相对位移受到上部结构与下部结构的耦合作用力,而曲率半径的变化极大地影响了上、下部结构的振动状态,所以在曲率半径的变化下,隔震层位移极值出现先增大后减下的变化规律。根据下部结构和隔震层的位移限值给出不同曲率半径下曲线梁桥的可靠度指标,结果如表 3 所示。

根据表 2 和表 3 中隔震曲线梁桥的可靠度指标可以看出,桥面宽度的增加会放大曲线梁桥结构的动力响应,桥面宽度从 6 m 增加到 16 m 的过程中,下部结构和隔震层的可靠度逐渐减小,相应地,隔震曲线梁桥整体可靠度也逐渐减小;而随着曲率半径 R 增大,下部结构的可靠度逐渐增大,可靠度最小值的曲率半径为 $R=30$ m;与下部结构不同,隔震层的可靠度指标先减小后增大,最小值出现在曲率半径 $R=70$ m 处,且当曲率半径逐渐增加到 130 m 时,隔震曲线梁桥的整体可靠度也在逐渐增大。以上分析结果表明,在设计隔震曲线梁桥时,通过合理地选择桥面宽度和曲率半径,可以提高隔震曲线梁桥整体的抗震性能,且在多维非平稳激励下,直线梁桥整体可靠度比曲线梁桥高。

表 3 不同曲率半径下隔震曲线梁桥动力可靠度

Tab.3 Dynamic reliability of seismic-isolated curve girder bridges with different curvature radius

可靠度的 部位	曲率半径 R/m					
	30	50	70	90	110	130
下部结构	0.853 2	0.958 3	0.976 5	0.980 9	0.981 5	0.983 7
隔震层	0.949 2	0.949 1	0.948 9	0.949 2	0.949 9	0.954 2
整体	0.809 8	0.909 5	0.926 6	0.931 0	0.932 3	0.938 6

5 结论

1) 采用谱表示-随机函数法能够准确模拟非平稳地震动时程样本,根据本文计算结果,对于隔震曲线梁桥这类不规则结构在进行随机振动分析时需考虑地震动的多维性,否则计算结果将偏保守。

2) 概率密度演化方法在求解高维非线性系统的动力性能时表现较好。在多维非平稳激励下,隔震曲线梁桥位移响应的概率密度函数随着时间演化呈高低错峰现象,且某一时刻的 PDF 曲线不严格服从正态分布或其他常用分布。

3) 隔震曲线梁桥下部结构和隔震层的动力可靠度与桥面宽度成反比,且对下部结构影响更显著。隔震曲线梁桥下部结构的动力可靠度随着曲率半径的增大逐渐增大;与下部结构不同,隔震层受到上、下部结构的耦合作用,其动力可靠度随曲率半径增大呈先减小后增大的趋势,但隔震曲线梁桥整体可靠度随着曲率半径增大而增大。且当隔震曲线梁桥曲率半径增加到一定程度(可视为直线梁桥)时,与曲线梁桥相比,直线梁桥的抗震性能更优越。

参考文献

- [1] 李桂青,李秋胜. 工程结构时变可靠度理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,2001.
LI G Q, LI Q S. Time-varying reliability theory of engineering structures and its application[M]. Beijing: Science Press, 2001. (in Chinese)
- [2] GUPTA P K, GHOSH G, KUMAR V, et al. Effectiveness of LRB in curved bridge isolation: a numerical study [J]. Applied Sciences, 2022, 12(21): 11289.
- [3] 陈彦江,王巾杰,李晰. 考虑地震动空间变化的曲线梁桥随机振动分析[J]. 工程抗震与加固改造, 2014, 36(2): 81-87.
CHEN Y J, WANG J J, LI X. Random vibration analysis on a curved bridge considering the seismic spatial effect [J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2014, 36(2): 81-87. (in Chinese)
- [4] 李喜梅,王建成,母渤海. 多维非平稳随机激励下隔震曲线梁桥的非线性振动控制[J]. 振动与冲击, 2022, 41(12): 67-74.
LI X M, WANG J C, MU B H. Nonlinear vibration control of an isolated curved girder bridge under multi-dimensional nonstationary random excitation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(12): 67-74. (in Chinese)
- [5] ZHAO T L, LI X M, DU Y F. Nonstationary elastoplastic response analysis of curved beam bridges under spatial variability of earthquake ground motion using absolute displacement method

- [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2024, 181: 108626.
- [6] LI J. A PDEM-based perspective to engineering reliability: from structures to lifeline networks[J]. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 2020, 14(5): 1056-1065.
- [7] WAN Z Q, CHEN J B, LI J, et al. An efficient new PDEM-COM based approach for time-variant reliability assessment of structures with monotonically deteriorating materials [J]. *Structural Safety*, 2020, 82: 101878.
- [8] LI Z J, LIU F X, CAI G W, et al. Method of non-stationary random vibration reliability of hydro-turbine generator unit [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2024, 40(9): 523427.
- [9] 陈训龙, 龚文惠, 邱金伟, 等. 基于振型叠加法的顺层边坡非平稳随机地震响应及动力可靠度分析[J]. *土木工程学报*, 2022, 55(1): 109-116.
CHEN X L, GONG W H, QIU J W, et al. Non-stationary random seismic response and dynamic reliability analysis of bedding rock slopes based on mode superposition method [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2022, 55(1): 109-116. (in Chinese)
- [10] FENG D C, CAO X Y, WANG D, et al. A PDEM-based non-parametric seismic fragility assessment method for RC structures under non-stationary ground motions [J]. *Journal of Building Engineering*, 2023, 63: 105465.
- [11] 赵俭斌, 王凯威, 王一达, 等. 基于概率密度演化的风机基础疲劳可靠度计算[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2020, 47(9): 120-127.
ZHAO J B, WANG K W, WANG Y D, et al. Fatigue reliability calculation of wind turbine foundation based on probability density evolution [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2020, 47(9): 120-127. (in Chinese)
- [12] 徐善华, 聂彪, 张海江. 基于概率密度演化理论的锈蚀钢梁时变可靠度分析[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2020, 47(7): 75-83.
XU S H, NIE B, ZHANG H J. Time-dependent reliability analysis of corroded steel beam based on probability density evolution theory [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2020, 47(7): 75-83. (in Chinese)
- [13] GAN Y P, CHEN J, XIANG M J. PDEM-based reliability assessment of RC frames against progressive collapse considering initial local failure [J]. *Journal of Building Engineering*, 2023, 76: 107198.
- [14] 周锡元, 李中锡. 规则型隔震桥梁结构的简化分析方法[J]. *土木工程学报*, 2001, 34(3): 53-58.
ZHOU X Y, LI Z X. Simplified formulas for seismic isolation regular bridge [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2001, 34(3): 53-58. (in Chinese)
- [15] 李喜梅, 杜永峰, 母渤海. 多维地震激励下曲线梁桥简化模型及最不利输入方向研究[J]. *地震工程学报*, 2020, 42(2): 304-310.
LI X M, DU Y F, MU B H. A simplified model of, and critical angles for curved bridges under multi-dimensional earthquake excitation [J]. *China Earthquake Engineering Journal*, 2020, 42(2): 304-310. (in Chinese)
- [16] 党育, 韩建平, 杜永峰. 结构动力分析的 MATLAB 实现[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
DANG Y, HAN J P, DU Y F. *Dynamic analysis of structures with MATLAB* [M]. Beijing: Science Press, 2014. (in Chinese)
- [17] CHEN J B, LI J. The extreme value distribution and dynamic reliability analysis of nonlinear structures with uncertain parameters [J]. *Structural Safety*, 2007, 29(2): 77-93.
- [18] 陈建兵, 李杰. 随机结构静力反应概率密度演化方程的差分方法[J]. *力学季刊*, 2004, 25(1): 21-28.
CHEN J B, LI J. Difference method for probability density evolution equation of stochastic structural response [J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2004, 25(1): 21-28. (in Chinese)
- [19] 薛素铎, 王雪生, 曹资. 基于新抗震规范的地震动随机模型参数研究[J]. *土木工程学报*, 2003, 36(5): 5-10.
XUE S D, WANG X S, CAO Z. Parameters study on seismic random model based on the new seismic code [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2003, 36(5): 5-10. (in Chinese)
- [20] 李宏男. 地面运动的转动功率谱统一数学模型[J]. *沈阳建筑工程学院学报*, 1996, 12(2): 113-117.
LI H N. Unified mathematical model of the rotational power spectra of earthquake ground motions [J]. *Journal of Shenyang Architectural and Civil Engineering Institute*, 1996, 12(2): 113-117. (in Chinese)
- [21] LIU Z J, LIU W, PENG Y B. Random function based spectral representation of stationary and non-stationary stochastic processes [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2016, 45: 115-126.
- [22] LIU Z X, LIU Z J, AI Q H, et al. Global reliability evaluation of a high-pier long-span continuous RC rigid frame bridge subjected to multi-point and multi-component stochastic ground motions [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2023, 164: 107623.
- [23] 建筑抗震设计标准(2024年版): GB/T 50011—2010[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2024.
Code for seismic design of buildings: GB/T 50011—2010 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2024. (in Chinese)
- [24] 顾镇媛, 王曙光, 杜东升, 等. 基于概率密度演化法的隔震结构随机地震响应与可靠度分析[J]. *振动与冲击*, 2018, 37(15): 97-103.
GU Z Y, WANG S G, DU D S, et al. Random seismic responses and reliability of isolated structures based on probability density evolution method [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(15): 97-103. (in Chinese)
- [25] 杜永峰, 韩登. 不同类型串联隔震体系竖向承载力对比分析[J]. *土木工程学报*, 2010, 43(增刊1): 249-254.
DU Y F, HAN D. Comparative analysis of vertical load bearing capacity of different serial seismic isolation system [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2010, 43(Sup.1): 249-254. (in Chinese)